MAT1011 2017 Vår

Eksamenstid:

5 timar:

Del 1 skal leverast inn etter 2 timar.

Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.

Hjelpemiddel på Del 1:

Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.

Hjelpemiddel på Del 2:

Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 8 oppgåver.

Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing.

Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.

Rettleiing om vurderinga:

Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du

- viser rekneferdigheiter og matematisk forståing
- gjennomfører logiske resonnement
- ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar
- kan bruke formålstenlege hjelpemiddel
- forklarer framgangsmåtar og grunngir svar
- skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
- vurderer om svar er rimelege

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng) Nettkode: E-4QPL

Du har 15 L saft. Du skal helle saften over i beger. I hvert beger er det plass til 2 dL. Hvor mange beger kan du fylle?

Løsningsforslag

Det første vi kan merke oss er at volumet til saften og volumet til begrene er oppgitt i forskjellige enheter. Vi kan begynne med å finne volumet til saften gitt i dL. Vi har at $1\mathrm{L} = 10\mathrm{dL}$ som betyr at $15\mathrm{L} = 150\mathrm{dL}$. For å finne antall begre vi kan fylle med saft, dividerer vi 150 dL på 2 dL. Nå dividerer vi to tall med samme benevning, så enhetene vil kansellere hverandre. Vi får da $150\ \mathrm{dL} : 2\ \mathrm{dL} = 75$ som betyr at vi kan fylle opp 75 begre.

Svar: Vi kan fylle opp 75 begre.

Oppgave 2 (1 poeng) Nettkode: E-4QPN

I 2006 var indeksen for en vare 125. Varen kostet da 1000 kroner. I 2016 var indeksen for den samme varen 150.

Hvor mye kostet varen i 2016 dersom prisen har fulgt indeksen?

Løsningsforslag

Siden forholdet mellom indeks og pris er konstant har vi at

$$\frac{\text{pris i }2006}{\text{indeks i }2006} = \frac{\text{pris i }2016}{\text{indeks i }2016}.$$

Oppgaveteksten oppgir pris og indeks i 2006, samt indeksen i 2016. Vi kan sette inn for disse størrelsene i likningen over. Da får vi

$$\frac{1000\text{kr}}{125} = \frac{\text{pris i }2016}{150}.$$

Nå har vi en likning der den ukjente er pris i 2016. For å løse likningen kan vi multiplisere med 150 på begge sider av likhetstegnet og forkorte.

$$\begin{aligned} \frac{1000\text{kr}}{125} \cdot 150 &= \frac{\text{pris i }2016}{150} \cdot 150 \\ \text{pris i }2016 &= \frac{1000}{125} \cdot 150 \end{aligned}$$

Nå må vi regne ut $\frac{1000\text{kr}}{125} \cdot 150 = 1000\text{kr} \cdot \frac{150}{125}$. Nå kan vi faktorisere og forkorte, og får at prisen er

$$\text{pris i }2016 = 1000\text{kr} \cdot \frac{25 \cdot 6}{25 \cdot 5} = \left(200 \cdot 5\right)\text{kr} \cdot \frac{6}{5} = 200\text{kr} \cdot 6 = 1200\text{kr}$$

Svar: Varen kostet 1200 kroner i 2016.

Oppgave 3 (3 poeng) Nettkode: E-4QPP

I Norge måler vi temperatur i grader celsius ($^\circ C$). I USA blir temperatur målt i grader fahrenheit ($^\circ F$). Når temperaturen er $x^\circ C$, er den $y^\circ F$, der

$y = \frac{9}{5}x + 32$

a)

Bruk formelen ovenfor til å regne om $15^\circ C$ til grader fahrenheit.

Løsningsforslag a)

Vi skal regen om $15^\circ\ C$ til y° F. Fra oppgaveteksten så har vi at når temperaturen er $15^\circ C$ så kan vi sette inn for $x = 15$ i formelen, og får da at

$$y = \frac{9}{5} \cdot 15 + 32 = \frac{9 \cdot 15}{5} + 32 = 9 \cdot 3 + 32 = 27 + 32 = 59.$$

Det betyr at $15^\circ\ C$ er det samme som 59° F.

Svar: $15^\circ\ C$ tilsvarer 59° F.

b)

Løs likningen

$x = \frac{9}{5}x + 32$

Hva forteller løsningen du fikk?

Løsningsforslag b)

Vi begynner med å løse likningen med hensyn på x:

$$\begin{aligned}
x &= \tfrac{9}{5}x + 32 \\
x - \tfrac{9}{5}x &= 32 \\
\tfrac{5x}{5} - \tfrac{9x}{5} &= 32 \\
\tfrac{-4x}{5} &= 32 \\
x &= 32 \cdot \tfrac{5}{-4} \\
x &= -8 \cdot 5 \\
x &= -40
\end{aligned}$$

Dersom vi sammenlikner denne likningen med formelen gitt i oppgaven, har vi at $y = x$, som betyr at grader i celsius og fahrenheit er likt, altså at når vi har $-40^\circ C$, så har vi også -40°F.

Svar: Vi får $x = -40$ som betyr at $-40^\circ\mathrm{C} = -40^\circ$ F.

Oppgave 4 (2 poeng) Nettkode: E-4QPS

Et taxiselskap har en fast pris på turer fra Oslo sentrum til Gardermoen. Ofte tar flere personar taxi sammen. Taxiselskapet vil lage en tabell som viser sammenhengen mellom antall personer som er med i én taxi, og beløpet hver person må betale for turen.

Se nedenfor.

a)

Skriv av og fyll ut tabellen.

Oslo-Gardermoen				
Personer	1	2	3	4
Beløp å betale per person (kroner)			260	

Løsningsforslag a)

En taxitur til Gardermoen har fast pris. Dersom det er tre personer i taxien må hver person betale 260 kr. Det betyr at en tur til Gardermoen koster

$$3 \cdot 260\text{kr} = 780\text{kr}.$$

For å fylle ut tabellen kan vi dividere fast pris på antall personer i taxien. Dersom det er én person blir prisen 780kr. For 2 personer blir prisen

$$780\text{kr} : 2 = 390\text{kr}$$

For 4 personer blir prisen

$$780\text{kr} : 4 = 195\text{kr}$$

Nå kan vi fylle inn denne informasjonen inn i tabellen som blir seende slik ut:

Oslo-Gardermoen				
Personer	1	2	3	4
Beløp å betale per person (kroner)	780	390	260	195

b)

Forklar at antall personer og beløpet hver person må betale, er omvendt proporsjonale størrelser.

Løsningsforslag b)

For at antall personer og beløpet hver person må betale skal være omvendt proporsjonale størrelser må vi har at produktet mellom samsvarende størrelser er konstant, altså at

$$\text{antall personer} \cdot \text{beløpet hver person må betale} = \text{taxipris}$$

der taxiprisen er konstant. Vi vet at taxiprisen er fast på 780 kr, så vi har at

$$\text{antall personer} \cdot \text{beløpet hver person må betale} = 780\text{kr}$$

Det betyr at produktet av antall personer og beløpet hver person må betale er konstant, så de er omvendt proporsjonale størrelser.

Oppgave 5 (3 poeng) Nettkode: E-4QPV

En funksjon f er gitt ved

$f(x) = -x^2 + 4$

a)

Skriv av og fyll ut verditabellen nedenfor.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

Løsningsforslag a)

For å fylle inn i verditabellen må vi bestemme $f(x)$ for de x-verdiene i tabellen. Når vi nærmere på funksjonsuttrykket $f(x) = -x^2 + 4$, forekommer x kun i leddet $-x^2$. Det betyr at for eksempel for $x = -3$ og $x = 3$ får vi $-(3)^2 = -(-3)^2$, så $f(x) = f(-x)$ og vi trenger kun å sette inn for noen av verdiene for x. Da får vi for $x = 0$

$$f(0) = -(0)^2 + 4 = 4.$$

For $x = -1$ og $x = 1$

$$f(-1) = f(1) = -(1)^2 + 4 = -1 + 4 = 3.$$

For $x = -2$ og $x = 2$ får vi

$$f(-2) = f(2) = -(2)^2 + 4 = 0$$

og til slutt få vi for $x = -3$ og $x = 3$

$$f(-3) = f(3) = -(3)^2 + 4 = -9 + 4 = -5$$

Nå kan vi sette inn i verditabellen:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5

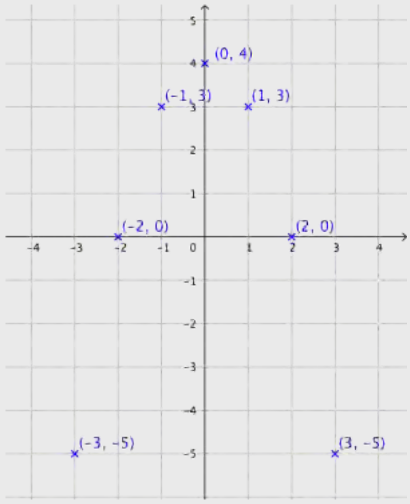
b)

Tegn grafen til f.

Løsningsforslag b)

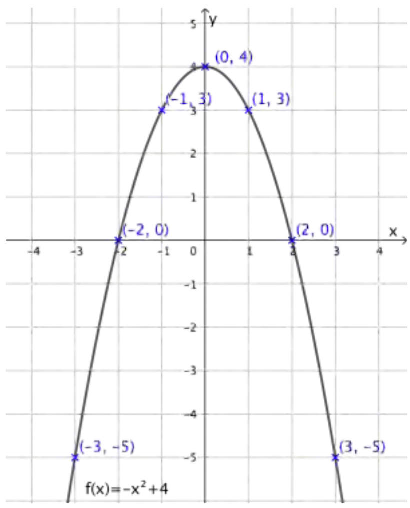
I verditabellen fra oppgave a) kan vi se at $f(x) = -5$ når $x = -3$ som betyr at grafen til f går gjennom punktet $(-3, -5)$. På tilsvarende måte kan vi finne punkt for hver kolonne i verditabellen som grafen til f vil gå gjennom. Disse punktene kan vi tegne inn i et koordinatsystem. Fra verditabellen ser vi at verdiene for

x varierer fra -3 til 3 og for $f(x)$ fra 4 til -5 og da vet vi omtrentlig hvor stort koordinatsystem vi må tegne. Vi begynner med å føre inn punktene vi får fra verditabellen:

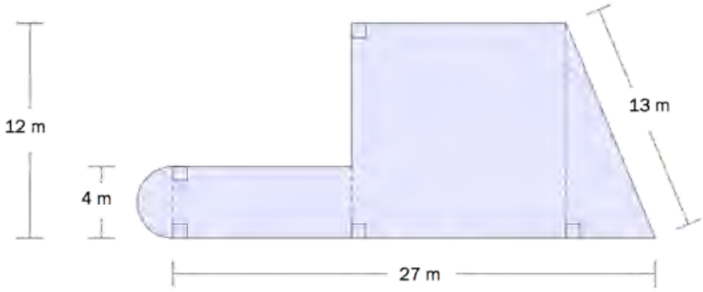


Det gir oss et ganske godt inntrykk av hvordan grafen til f skal se ut, så da kan vi bare tegne den inn slik at den går gjennom punktene.

Svar:



Oppgave 6 (4 poeng) Nettkode: E-4QPY

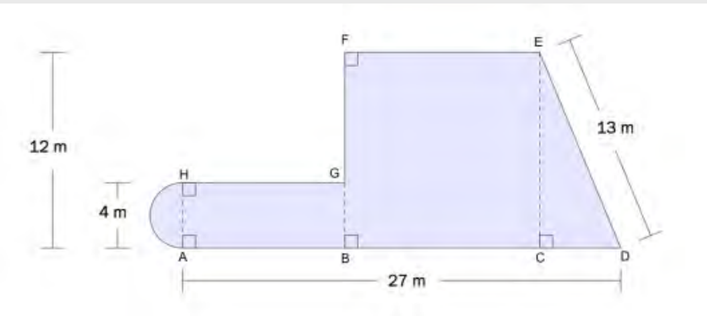


Området som er markert med blått ovenfor, er satt sammen av en halv sirkel, et rektangel, et kvadrat og en rettvinklet trekant.

Sett $\pi \approx 3$ og regn ut tilnærmede verdier for omkretsen og for arealet av området.

Løsningsforslag

Vi skal regne ut omkretsen og arealet av en sammensatt figur som består av en halv sirkel, et rektangel, et kvadrat og en trekant. For å gjøre det lettere å vite hvilke sider og figurer vi snakker om begynner vi med å sette navn på figuren.



Vi ser nå på

omkretsen først.

Omkrets

Omkretsen er summen av de heltrukne yttersidene til figuren. Det første vi må gjøre er å finne lengdene til de ukjente sidene. For å bestemme omkretsen på halvsirkelen fra A til H bruker vi formelen for omkrets til en sirkel, som er $O = \pi \cdot d$, der $d = AH = 4\text{m}$ er diameteren. Siden vi bare har en halvsirkel må vi dividere med 2. Da får vi at omkretsen er

$$O_{AH} = \frac{3 \cdot 4\text{m}}{2} = 6\text{m}.$$

Vi vet at $AD = 27\text{m}$ og $DE = 13\text{m}$. FE er en side i kvadratet $BCEF$, som betyr at $EF = 12\text{m}$. $FG = BF - AH = 12\text{m} - 4\text{m} = 8\text{m}$. Nå gjenstår bare lengden på rektangelet $ABGH$. Vi har at $HG = AD - FE - CD$. Vi kan bestemme lengden til CD ved

Pytagoras læresetning. Fra den får vi at

$$
\begin{aligned}
CD^2 + CE^2 &= DE^2 \\
CD^2 &= (13\ \mathrm{m})^2 - (12\ \mathrm{m})^2 \\
CD^2 &= 169\ \mathrm{m}^2 - 144\ \mathrm{m}^2 \\
CD &= \sqrt{25\ \mathrm{m}^2} \\
CD &= 5\ \mathrm{m}
\end{aligned}
$$

og da får vi at $HG = 27\mathrm{m} - 12\mathrm{m} - 5\mathrm{m} = 10\mathrm{m}$. Nå kan vi finne omkretsen ved å legge sammen alle sidelengdene

$$
\begin{aligned}
O &= AD + DE + EF + FG + GH + O_{AH} \\
&= 27\mathrm{m} + 13\mathrm{m} + 12\mathrm{m} + 8\mathrm{m} + 10\mathrm{m} + 6\mathrm{m} \\
&= 76\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Den sammensatte figuren har en omkrets på $76\mathrm{m}$. Vi fortsetter med å se på arealet til figuren.

Areal

For å finne arealet til hele figuren kan vi begynne med å finne arealet til hver av figurene den er satt sammen av.
Vi ser først på arealet av halvsirkelen med diameter AH. Radiusen til denne halvsirkelen er $\frac{4\ \mathrm{m}}{2} = 2\ \mathrm{m}$. Arealet til en sirkel er gitt ved $A = \pi \cdot r^2$, og siden vi bare har en halvsirkel må vi dividere på 2. Da får vi at arealet til halvsirkelen er

$$A_H = \frac{\pi \cdot (2\mathrm{m})^2}{2} = \frac{3 \cdot 4\mathrm{m}^2}{2} = 6\mathrm{m}^2.$$

Vi kan fortsette med å finne arealet til rektangelet $ABGH$. Arealet til et rektangel er gitt ved formelen $A = l \cdot b$, der l er lengden og b er bredden til rektangelet. Da får vi at

$$A_R = AB \cdot AH = 10\mathrm{m} \cdot 4\mathrm{m} = 40\mathrm{m}^2.$$

Arealet til et kvadrat er gitt ved $A = s \cdot s = s^2$ der s er siden til kvadratet. Kvadratet $BCEF$ har da areal

$$A_K = BC^2 = \big(12\mathrm{m}\big)^2 = 144\mathrm{m}^2$$

Før vi kan finne arealet til hele figuren gjenstår bare å finne arealet til trekant CDE. Arealet til en trekant finner vi ved formelen $A = \frac{g \cdot h}{2}$ der g er grunnlinjen og h er høyden i trekant. Ved denne formelen får vi at arealet til trekant CDE er gitt ved

$$A_T = \frac{CD \cdot CE}{2} = \frac{5\mathrm{m} \cdot 12\mathrm{m}}{2} = 30\mathrm{m}^2.$$

Nå kan vi finne arealet til hele figuren ved å summere arealene over. Da får vi

$$
\begin{aligned}
A &= A_H + A_R + A_K + A_T \\
&= 6\mathrm{m}^2 + 40\mathrm{m}^2 + 144\mathrm{m}^2 + 30\mathrm{m}^2 \\
&= 220\mathrm{m}^2.
\end{aligned}
$$

Arealet til hele figuren er $220\mathrm{m}^2$.

Svar: Omkretsen er $76\mathrm{m}$ og arealet er $220\mathrm{m}^2$.

Oppgave 7 (2 poeng) Nettkode: E-4QQ0

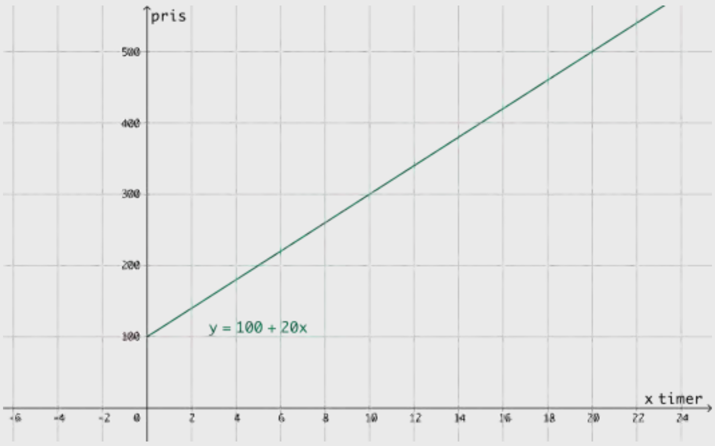
Gi et eksempel på en sammenheng fra virkeligheten som kan beskrives med en lineær funksjon. Bestem funksjonsuttrykket, og lag en skisse av grafen til funksjonen.

Løsningsforslag

Vi skal finne en sammenheng som kan beskrives med en lineær funksjon på formen $y = ax + b$ der a er stigningstall og b er konstantledd. En sammenheng som kan beskrives på denne måten er prisen for å leie kano, der du betaler 100 kroner i fast pris, i tillegg til 20 kroner per time. Prisen for å leie kano i x timer er da gitt ved

$$y = 20x + 100$$

Grafen til funksjonen vil da være en rett linje, som krysser y-aksen i $y = 100$ og har stigningstall $a = 20$ som betyr at prisen øker med 20kr for hver time x vi øker med. Vi skisserer grafen.



Oppgave 8 (4 poeng) Nettkode: E-4QQ2

Ved en skole leser $80\ \%$ av elevene aviser på nett, $50\ \%$ leser papiraviser, og $2\ \%$ leser ikke aviser.

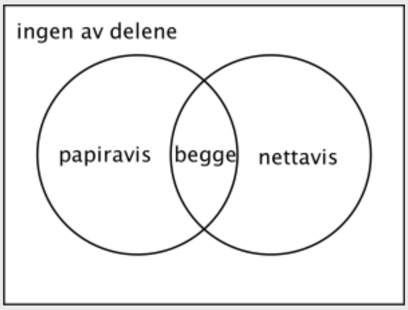
a)

Systematiser opplysningene gitt i teksten over i et venndiagram eller i en krysstabell.

Løsningsforslag a)

Vi ser først på hvordan vi kan systematisere opplysningen i et venndiagram. I den alternative løsningen ser vi på krysstabell.

Vi begynner med å tegne et venn-diagram uten tall som vi kan bruke som hjelpefigur. Da kan vi enklere se hvilke opplysninger vi må finne.



Fra venn-diagrammet ser vi at vi har fire mulige utfall:

leser ingen aviser

leser papiraviser

leser nettaviser

leser både papir- og nettaviser

Fra opplysningene vet vi at 2% av elevene ikke leser aviser. Det betyr at $100\% - 2\% = 98\%$ av elevene leser aviser. Vi kaller andelen elever som leser papiraviser for P og andelen som leser aviser på nett for N. Vi har

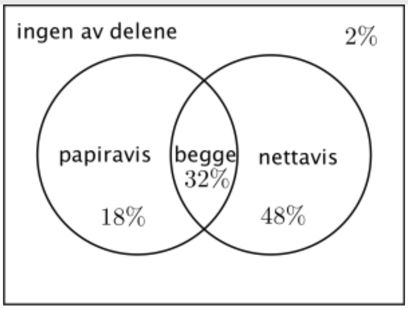
$$P + N = 50\% + 80\% = 130\%.$$

Siden det bare er 98% som leser aviser betyr det at $130\% - 98\% = 32\%$ leser både aviser på nett og papiraviser.
Da har vi at $50\% - 32\% = 18\%$ leser kun papiraviser og $80\% - 32\% = 48\%$ leser kun aviser på nett.
Vi kan sjekke at vi har riktig prosentandeler ved å summere opp og se at vi får 100%. Vi har

$$\text{ingen aviser} + \text{papiraviser} + \text{nettaviser} + \text{begge deler} = 2\% + 18\% + 48\% + 32\% = 100\%.$$

Da kan vi sette inn i venndiagrammet.

Svar:



b)

Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev ved skolen leser både aviser på nett og papiraviser.

Løsningsforslag b)

Vi kan se direkte fra venndiagrammet (og krysstabellen) at sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev leser både avis på nett og papiravis er 32%.

Svar: $\underline{\underline{32\%}}$

c)

En elev ved skolen leser aviser på nett.

Bestem sannsynligheten for at denne eleven ikke leser papiraviser.

Løsningsforslag c)

Vi vil finne betinget sannsynligheten for at en elev ikke leser papiraviser, gitt at han leser avisen på nett, $P(Ikke\ papir|\ Nett)$. Vi kan bestemme sannsynligheten ved å se på

$$\frac{\text{antall gunstige}}{\text{antall mulige}}.$$

La M være antall elever ved skolen. Da er antall mulige 80% av M, altså 0,80M. Antall gunstige er 48% av M, altså 0,48M.

Dermed er $P\left(Ikke\ papir\middle|\ Nett\right) = \frac{0{,}48M}{0{,}80M} = \frac{48}{80} = \frac{6\cdot 8}{10\cdot 8} = \frac{6}{10} = 0,6 = 60\%$

Svar:$\underline{\underline{60\%}}$

Oppgave 9 (4 poeng) Nettkode: E-4QQ6

Tenk deg at du skal blande rød og blå maling i forholdet $2:5$.

a)
Hvor mye rød maling må du tilsette dersom du har en boks med $7{,}5$ dL blå maling?

Løsningsforslag a)

Den blå malingen skal utgjøre 5 deler. Siden vi har $7,5$ dL blå maling, betyr det at én del i er, i dL,

$$\frac{7,5}{5} = 1,5.$$

Vi skal ha 2 deler rød maling. Da trenger vi $2 \cdot 1,5\text{dL} = 3\text{dL}$ rød maling.

Svar: Vi trenger 3 dL rød maling.

b)
Hvor mye rød maling trenger du for å lage 21 L ferdig blanding?

Løsningsforslag b)

Iblandingen skal det være totalt 21 L, som utgjør 7 deler; 5 deler blå maling og 2 deler rød maling. Da har vi at én del er $\frac{21L}{7} = 3L$ maling. Vi skal ha 2 deler rød maling, som betyr at vi trenger $2 \cdot 3\text{L} = 6\text{L}$ maling.

Svar: Vi trenger 6 L rød maling.

c)
Du har 21 L ferdig blanding i forholdet $2:5$, men ønsker en blanding i forholdet $1:3$. Du vil ordne dette ved å tilsette litt mer av den ene fargen.

Hvilken farge må du tilsette?

Hvor mye må du tilsette av denne fargen?

Løsningsforslag c)

Vi har at forholdet er det samme som $2 : 6$. Sammenlikner vi dette med forholdet $2 : 5$ ser vi at vi vil ha mer blå maling, mer nøyaktig vil vi ha én del til med blå maling. I oppgave b) så vi at én del utgjorde 3 L, som betyr at vi må tilsette 3 L blå maling.

Svar: Vi må tilsette 3 L blå maling.

Denne oppgaven er om

proporsjoner.

For flere forklaringer og eksempler, se artikkelen Målingsforhold.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng) Nettkode: E-4QQC

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -0{,}0047x^3 + 0{,}40x^2 - 8{,}3x + 86 \quad , \quad 0 \leq x \leq 52$$

viser fyllingsgraden $f(x)$ prosent i et vannmagasin x uker etter 1. januar 2016.

a)
Bruk graftegner til å tegne grafen til f.

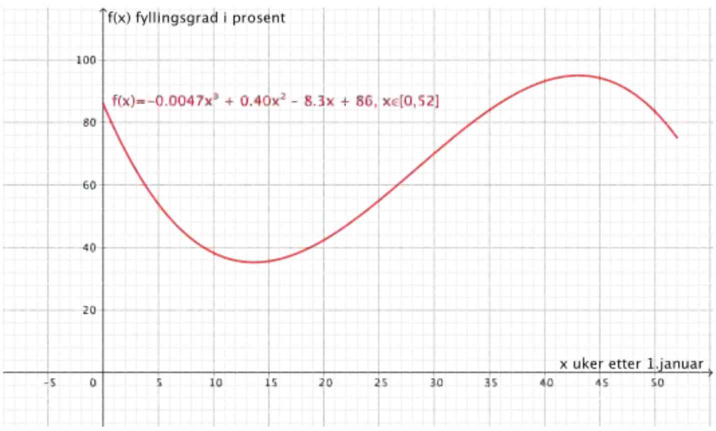
Løsningsforslag a)

Vi tegner grafen i GeoGebra og da kan vi bruke kommandoen Funksjon[<Funksjon> , <Start>, <Slutt>].
Vi vil tegne grafen for $x \in [0, 52]$ og skriver da inn

$$f(x) = \text{Funksjon}\left[-0.0047x^{\wedge}3 + 0.40x^{\wedge}2 - 8.3x + 86, 0, 52\right]$$

Under "Innstillinger" og "Avrunding" kan vi stille inn slik at GeoGebra viser fire desimaler. Vi tilpasser aksene og setter på navn.
Resultatet er vist under.

Svar:



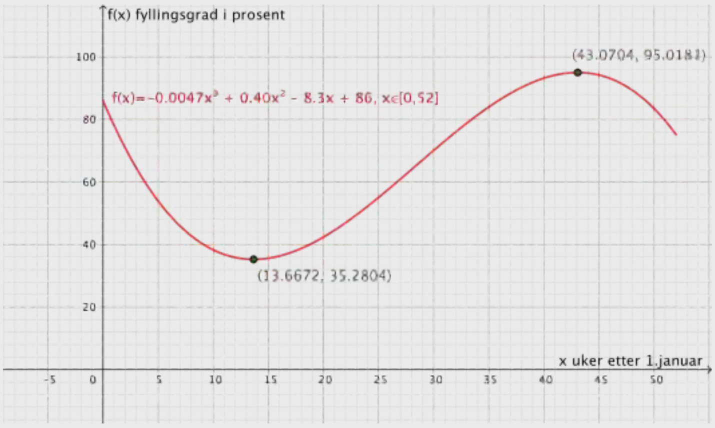
b)

Bestem bunnpunktet på grafen til f.

Hvilken praktisk informasjon gir koordinatene til bunnpunktet?

Løsningsforslag b)

Bunnpunktet er et ekstremalpunkt, og da kan vi bruke kommandoen Ekstremalpunkt[<Polynom>]. Vi vil finne bunnpunktet til f, og skriver da inn $\text{Ekstremalpunkt}\ [f]$.



Da får vi opp bunnpunktet $(13.67,\ 35.28)$. x-koordinaten til bunnpunktet forteller oss når fyllingsgraden til vannmagasinet var på det laveste, og y-koordinaten forteller hva fyllingsgraden var. Det betyr at fyllingsgrad var lavest i uke 13 og da var den på omtrent $35,3\%$.

Svar: Fyllingsgrad var lavest $13{,}7$ uker etter 1. januar, som vil si i begynnelsen av april, og da var den på omtrent $35,3\%$.

c)

Hvor mange prosentpoeng avtok fyllingsgraden med i løpet av de fire første ukene i 2016?

Hvor mange prosent avtok fyllingsgraden med i løpet av de fire første ukene i 2016?

Løsningsforslag c)

Vi begynner med å finne fyllingsgraden for $x = 0$ og $x = 4$, som tilsvarer fyllingsgraden i begynnelsen av året, og fire uker ut i 2016. Da kan vi bruke funksjonen vår i GeoGebra og skrive inn $f(0)$ og $f(4)$. Da får vi at $f(0) = 86$ og $f(4) \approx 58,9$. Det betyr at i løpet av de første fire ukene i 2016 avtok fyllingsgraden med $86 - 58,9 = 27,1$ prosentpoeng.

For å finne ut hvor stor prosent fyllingsgraden avtok med, må vi finne ut hvor stor prosentandel nedgangen er av den opprinnelige fyllingsgraden, altså hvor stor prosentandel $27,1$ er av 86. Da ser vi på forholdet mellom de to tallene og får at nedgangen på $27,1\%$ er $\frac{27{,}1}{86} \cdot 100\% \approx 31,5\%$ av 86%.

Svar: Fyllingsgraden avtok med $27,1$ prosentpoeng, som tilsvarer $31,5\%$.

Oppgave 2 (6 poeng) Nettkode: E-4QQG

Pedalbøtte   Sylinderformet beholder

Til venstre ovenfor ser du en pedalbøtte med lokk. Vi går ut fra at pedalbøtten er satt sammen av en sylinder og en halv kule. Ved siden av ser du den sylinderformede beholderen som er inne i pedalbøtten.

Gå ut fra at alle målene gitt på bildene ovenfor er innvendige mål.

a)
Bestem volumet av den sylinderformede beholderen.

Løsningsforslag a)

Volumet til en sylinder er gitt ved

$$V = G \cdot h$$

der G er grunnflaten til sylinderen og h er høyden. Grunnflaten til sylinderen er en sirkel med radius $r = \frac{320\text{mm}}{2} = 160$ mm.

Vi kan regne dette om til dm. Vi har at $100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}$, så da er $160 \text{ mm} = 1{,}6 \text{ dm}$.

Arealet til en sirkel er gitt ved $A = \pi \cdot r^2$, så grunnflaten har et areal på

$$G = \pi \cdot \left(1{,}6\,\text{dm}\right)^2 \approx 8,0425\text{dm}^2 .$$

Nå må vi multiplisere dette med høyden til sylinderen som er 535 mm. Siden vi nå har oppgitt arealet til grunnflaten i dm^2, vil vi skrive høyden også i dm. Da kan vi dividere på 100 som gir $h = 5,35$ dm. Fra formelen for volumet til en sylinder får vi at beholderen har et volum på

$$V = 8,0425\text{dm}^2 \cdot 5,35\text{dm} \approx 43,03\text{dm}^3 .$$

Vi har også at $1\text{L} = 1\text{dm}^3$, så da er volumet til den sylinderformede beholderen 43 L.

Svar:$43\ L$.

b)

Tenk deg at du fyller 40 L vann i denne beholderen.

Hvor høyt i beholderen vil vannet stå?

Løsningsforslag b)

I oppgave a) brukte vi formelen for volumet til et sylinder $V = G \cdot h$. Nå vil vi finne ut hvor høyt vannet vil stå i beholderen når volumet er 40 L. Fra oppgave a) vet vi også at grunnflaten har areal $G \approx 8,0425\text{dm}^2$ og at $1\text{dm}^3 = 1\text{L}$. Da kan vi sette inn for $V = 40\text{dm}^3$ og $G = 8,0425\text{dm}^2$ i formelen for volum, og løse den som en likning med hensyn på h.

$$\begin{aligned} 40\text{dm}^3 &= 8,0425\text{dm}^2 \cdot h \\ h &= \tfrac{40\text{dm}^3}{8{,}0425\text{dm}^2} \\ h &\approx 4,97\text{dm} \end{aligned}$$

Dersom vi fyller 40 L i beholderen vil vannet vil stå $4,97\text{dm} = 497\text{mm}$ høyt.

Svar:497 mm.

c)

Bestem volumet av pedalbøtten med lokk.

Løsningsforslag c)

Pedalbøtten er satt sammen av en halvkule og en sylinder. For å bestemme volumet kan vi finne volumet til hver av de to delene, og deretter addere dem sammen. Vi begynner med halvkulen.
Volumet til en kule er gitt ved formelen

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3.$$

Volumet til halvkulen er da halvparten av dette

$$V_{HK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot r^3.$$

Diameteren til pedalbøtten er 400 mm som betyr at radiusen er $r = 200\text{mm} = 2,0\text{dm}$. Vi kan sette inn for r i formelen over og får at volumet til halvkulen er

$$V_{HK} = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(2,0\text{dm}\right)^3 \approx 16,76\text{dm}^3.$$

Nå kan vi finne volumet til sylinderen, som er gitt ved formelen $V = G \cdot h$. Grunnflaten G er gitt ved $G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(2,0\text{dm}\right)^2 \approx 12,57\text{dm}^2$. For å bestemme volumet må vi først bestemme høyden av sylinderdelen av bøtten. Da kan vi subtrahere radiusen til halvkulen fra høyden av hele pedalbøtten, og da får vi at $\text{høyden av sylinderen} = 755\text{mm} - 200\text{mm} = 555\text{mm}$. Volumet til sylinderdelen av bøtten er da $V_S = 12,57\ \text{dm}^2 \cdot 5,55\ \text{dm} \approx 69,76\ \text{dm}^3$. Nå kan vi summere volumene av halvkulen og sylinderen for å finne det totale volumet av pedalbøtten.

$$V = 16,76\text{dm}^3 + 69,76\text{dm}^3 = 86,52\text{dm}^3.$$

som er det samme som $86,52$ L.

Svar: Volumet av pedalbøtten er omtrent $86,52$ L.

Oppgave 3 (4 poeng) Nettkode: E-4QQL

En nettbutikk selger leverpostei i porsjonspakninger og i bokser. Se nedenfor.

- 22 g leverpostei i hver porsjonspakning □
- 6 porsjonspakninger i hver eske
- 32 kroner per eske

- 200 g leverpostei i hver boks

a)
Hva ville en boks med 200 g leverpostei ha kostet dersom prisen per gram hadde vært den samme som for leverposteien i porsjonspakningene?

Løsningsforslag a)

Vi begynner med å finne ut prisen per gram for leverposteien i porsjonspakningen. Vi betaler 32 kr for 6 porsjonspakninger på 22 g hver, altså for $6 \cdot 22\text{g} = 132\text{g}$. Vi kan finne prisen per gram ved å dividere prisen på antall gram; $\frac{32\text{kr}}{132\text{g}} = \frac{32}{132}\text{kr}/\text{g}$. Nå kan vi multiplisere denne prisen per gram med antall gram i den andre boksen, altså 200 g. Dersom prisen per gram hadde vært den samme for leverposteien ville boksen på 200 g kostet

$$\frac{32}{132}\text{kr}/\text{g} \cdot 200\text{g} \approx 48\text{kr}$$

Svar: En boks med 200 g leverpostein ville kostet omtrent 48 kr.

b)
Boksen med 200 g leverpostei koster 24 kroner i nettbutikken.

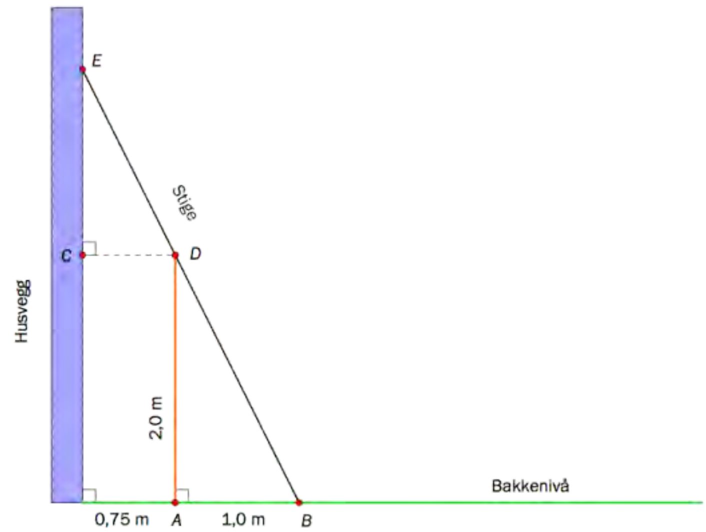
Hvor mange prosent dyrere per gram er leverposteien i porsjonspakninger sammenliknet med leverposteien i boks?

Løsningsforslag b)

Når boksen med leverpostei koster 24 kr er prisen per gram for boksen $\frac{24\text{kr}}{200\text{g}}$. Forholdet mellom prisen på leverpostei i porsjonspakning og i boks er da gitt ved $\frac{\frac{32}{132}\text{kr/g}}{\frac{24}{200}\text{kr/g}} = \frac{0{,}2424\text{kr/g}}{0{,}12\text{kr/g}} = 2,02$ som er vekstfaktoren for 102% vekst. Det betyr at leverposteien i porsjonspakning er 102% dyrere sammenliknet med den i boks.

Svar: Leverposteien i porsjonspakning er 102% dyrere.

Oppgave 4 (3 poeng) Nettkode: E-4QQP



En stige står på skrå mot en husvegg. Stigen berører et gjerde. Gjerdet er $2{,}0$ m høyt og står $0{,}75$ m fra husveggen. Stigen er plassert $1{,}0$ m fra gjerdet. Se figuren ovenfor.

a)

Forklar at ΔABD og ΔCDE er formlike.

Løsningsforslag a)

Det første vi kan merke oss er at begge trekantene er rettvinklet; i ΔABD er $\angle BAD = 90^\circ$ og i ΔCDE er $\angle DCE = 90^\circ$. I tillegg så er husveggen og gjerdet parallelle, så $AD || CE$. Det betyr at begge disse linjene vil gi like store vinkler når de krysses av samme linje, BE, så $\angle CED = \angle ADB$.

Siden vinkelsummen til en trekant alltid er lik 180° betyr det at $\angle DBA = \angle EDC$, og trekantene er formlike.

b)

Hvor lang er stigen?

Løsningsforslag b)

For å finne lengden til stigen, må vi først finne lengden til BD og DE. Vi kan begynne med å finne lengden på BD ved Pytagoras læresetning, og deretter bruke at de er samsvarende sider i de formlike trekantene.

BD er hypotenusen i ABD, og ved Pytagoras læresetning har vi at
$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 \\ BD^2 &= (1,0\text{ m})^2 + (2,0\text{ m})^2 \\ BD &= \sqrt{5,0}\text{m} \end{aligned}$$

Fra formlikhet får vi at forholdet mellom samsvarende sider i ΔABD og ΔCDE vil være likt. Det betyr at

$$\frac{DE}{CD} = \frac{BD}{AB}$$

og vi kjenner verdien til CD, BD og AB. Da kan vi sette inn i likningen over:
$$\begin{aligned} \frac{DE}{0{,}75\text{m}} &= \frac{\sqrt{5{,}0}\text{m}}{1{,}0\text{m}} \\ DE &= 0,75 \cdot \sqrt{5,0}\text{m} \end{aligned}$$

Lengden til stigen er finner vi ved

$$BD + DE = \sqrt{5,0}\text{m} + 0,75\sqrt{5,0}\text{m} \approx 3,9\text{m}$$

Svar: Stigen er $3,9$ m.

Oppgave 5 (4 poeng) Nettkode: E-4QQS

Ved et meieri blir det oppdaget en feil ved en av maskinene som skrur korker på kartongene. På kjølelageret er det 200 kartonger med lettmelk og 100 kartonger med helmelk. $\frac{2}{5}$ av kartongene med lettmelk og $\frac{1}{4}$ av kartongene med helmelk har ikke tett kork.

Tenk deg at du skal ta en kartong tilfeldig fra kjølelageret.

a)
Bestem sannsynligheten for at kartongen ikke har tett kork.

Løsningsforslag a)

Sannsynligheten for at vi trekker en kartong uten tett kork er gitt ved

$$P\left(\text{ikke tett kork}\right) = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}.$$

Antall mulige utfall er det totale antall kartonger, altså $200 + 100 = 300$ kartonger. Antall gunstige utfall er antall melkekartonger uten tett kork. Der har vi at

$$200 \cdot \frac{2}{5} = 80$$

av lettmelkene ikke har tett kork, og at

$$100 \cdot \frac{1}{4} = 25$$

av helmelkene er uten tett kork. Det vil si at vi har $80 + 25 = 105$ kartonger uten tett lokk. Da får vi at

$$P\left(\text{ikke tett kork}\right) = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}} = \frac{105}{300} = \frac{35}{100} = 35\%.$$

Svar: Sannsynligheten for at kartongen ikke har tett kork er 35%.

b)
Anta at du tar en kartong som ikke har tett kork.

Bestem sannsynligheten for at kartongen inneholder lettmelk.

Løsningsforslag b)

Løsningsforslag b)

Vi finner sannsynligheten for at vi trekker en kartong som inneholder lettmelk, gitt at vi tar en kartong uten tett lokk ved

$$P\left(\text{lettmelk}\middle|\text{ikke tett kork}\right) = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}.$$

Antall mulige utfall er nå alle kartongene uten tett lokk, som vi fra a) vet er 105 kartonger. Antall gunstige utfall er antall kartonger med lettmelk som ikke har tett lokk, som er 80. Da får vi at

$$P\left(\text{lettmelk}\middle|\text{ikke tett kork}\right) = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}} = \frac{80}{105} \approx 0,762 = 76,2\%.$$

Svar: Sannsynligheten for at kartongen inneholder lettmelk er $76,2\%$.

Oppgave 6 (3 poeng) Nettkode: E-4QQV

Du får vite følgende om Marte:

- Hun har en fast brutto månedslønn på $42\ 700$ kroner.
- Hun betaler $2\ \%$ i pensjonsinnskudd.
- Hun betaler 400 kroner i fagforeningskontingent hver måned.
- Hun har et prosentkort med et skattetrekk på $31\ \%$.

Lag et regneark der du legger inn opplysningene ovenfor på en oversiktlig måte. Bruk regnearket til å bestemme Martes netto månedslønn.

Løsningsforslag

Det første vi gjør er å føre inn den informasjonen vi får i oppgaven inn i regnearket.

	A		B	C
1	**Inndata**			
2	Brutto månedslønn	kr	42 700,00	
3	Pensjonsinnskudd		2 %	
4	Fagforeningskontigent	kr	400,00	
5	Skattetrekk		31 %	

Nå kan vi begynne å beregne hva de ulike trekkene vil bli. Det første er pensjonstrekk, som er på 2% av fast lønn. For å bestemme hvor mye Marte trekkes i pensjon hver måned kan vi multiplisere cellene `B2` og `B3`, så i cellen for Pensjonsinnskudd skriver vi `=B2*B3`. Fagforeningskontigenten trekkes som et fast beløp, og det vil være `=B4`.

	A		B
1	**Inndata**		
2	Brutto månedslønn	kr	42 700,00
3	Pensjonsinnskudd		2 %
4	Fagforeningskontige	kr	400,00
5	Skattetrekk		31 %
6			
7	**Lønnsberegning**		
8	Pensjonsinnskudd	kr	854,00
9	Fagforeningstrekk	kr	400,00

Før vi kan regne ut skattetrekket må vi finne trekkgrunnlaget som vi beregner skattetrekk ut fra. Det er lønnen vi står igjen med etter vi har trukket fra pensjonsinnskuddet og fagforeningskontigenten. I regnearket vårt kan vi finne trekkgrunnlaget ved å ta `=B2-B8-B9`.

	A		B
1	**Inndata**		
2	Brutto månedslønn	kr	42 700,00
3	Pensjonsinnskudd		2 %
4	Fagforeningskontigent	kr	400,00
5	Skattetrekk		31 %
6			
7	**Lønnsberegning**		
8	Pensjonsinnskudd	kr	854,00
9	Fagforeningstrekk	kr	400,00
10	**Trekkgrunnlag**	kr	41 446,00

Skattetrekket kan vi nå finne ved å multiplisere trekkgrunnlaget med skatteprosenten, så ved å skrive inn `=B10*B5`.

	A		B
1	**Inndata**		
2	Brutto månedslønn	kr	42 700,00
3	Pensjonsinnskudd		2 %
4	Fagforeningskontigent	kr	400,00
5	Skattetrekk		31 %
6			
7	**Lønnsberegning**		
8	Pensjonsinnskudd	kr	854,00
9	Fagforeningstrekk	kr	400,00
10	**Trekkgrunnlag**	kr	41 446,00
11	Skattetrekk	kr	12 848,26

Nå gjenstår bare å subtrahere de ulike trekkene fra brutto månedslønn. Det gjør vi ved å skrive inn `=B2-B8-B9-B11`.

	A		B
1	**Inndata**		
2	Brutto månedslønn	kr	42 700,00
3	Pensjonsinnskudd		2 %
4	Fagforeningskontigent	kr	400,00
5	Skattetrekk		31 %
6			
7	**Lønnsberegning**		
8	Pensjonsinnskudd	kr	854,00
9	Fagforeningstrekk	kr	400,00
10	**Trekkgrunnlag**	kr	41 446,00
11	Skattetrekk	kr	12 848,26
12	**Netto månedslønn**	kr	28 597,74

Dersom vi ser på regnearket med formler, vil det se slik ut:

	A	B
1	**Inndata**	
2	Brutto månedslønn	42700
3	Pensjonsinnskudd	0,02
4	Fagforeningskontigent	400
5	Skattetrekk	0,31
6		
7	**Lønnsberegning**	
8	Pensjonsinnskudd	=B2*B3
9	Fagforeningstrekk	=B4
10	**Trekkgrunnlag**	=B2-B8-B9
11	Skattetrekk	=B10*B5
12	**Netto månedslønn**	=B2-B8-B9-B11

Oppgave 7 (5 poeng) Nettkode: E-4QQX

Arbeidstakere som har en personinntekt på over $164\ 000$ kroner, må betale trinnskatt. Trinnskatten på de to laveste trinnene beregnes slik:

- $0{,}93\ \%$ av den delen av personinntekten som er mellom $164\ 000$ og $230\ 950$ kroner
- $2{,}41\ \%$ av den delen av personinntekten som er mellom $230\ 950$ og $565\ 400$ kroner

Terje har en personinntekt på $220\ 000$ kroner.

Lise har en personinntekt på $520\ 000$ kroner.

a)
Hvor mye må hver av dem betale i trinnskatt?

Løsningsforslag a)

Terje har en personinntekt på $220\,000$ kr. Det betyr at den delen av inntekten som er over $164\,100$ kr, altså $220\,000\text{kr} - 164\,100\text{kr} = 55\,900\text{kr}$ må han betale $0,93\%$ av i trinnskatt. De medfører at han må betale $55\,900\text{kr} \cdot 0,93\% = 55\,900\text{kr} \cdot 0,0093 = 519,87\text{kr} \approx 520\text{kr}$ i trinnskatt.

Lise har en personinntekt på $520\,000$ kr i året. Hun har $230\,950\text{kr} - 164\,000\text{kr} = 66\,850$ av personinntekten i det laveste trinnet og må betale $0,93\%$ av dette i trinnskatt. Det tilsvarer $66\,850\text{kr} \cdot 0,0093 = 621,71\text{kr} \approx 622\text{kr}.$ I tillegg er $520\,000\text{kr} - 230\,950\text{kr} = 289\,050\text{kr}$ i det neste trinnet som hun må betale $2,41\%$ i skatt av, som tilsvarer

$$289\,050\text{kr} \cdot 0,0241 = 6966,11\text{kr} \approx 6966\text{kr}.$$

Totalt må hun betale $622\text{kr} + 6966\text{kr} = 7588\text{kr}$

Svar: Terje må betale 520kr og Lise må betale 7588kr i trinnskatt.

b)
Lag ett regneark som arbeidstakere med en personinntekt på mellom $164\ 100$ og $565\ 400$ kroner kan bruke for å beregne hvor mye de må betale i trinnskatt.

Når en arbeidstaker legger inn sin personinntekt, skal regnearket beregne skatt på hvert trinn og samlet trinnskatt.

Bruk regnearket til å kontrollere svarene dine fra oppgave a).

Løsningsforslag b)

Det første vi kan gjøre er å føre opp opplysningene vi har om trinnskatt. Vi må ha en celle hvor vi kan føre inn personinntekten. I tillegg må vi ha en rad for hvert trinn som beregner hvor mye vi må betale i trinnskatt for det trinnet. I trinn 1 betaler vi $0,93\%$ i trinnskatt for den delen av personinntekten som er mellom $164\,100$ kr og $230\,950$ kr og i trinn 2 betaler vi $2,41\%$ i trinnskatt for den delen av personinntekten som er mellom $230\,950$ kr og $565\,400$ kr. Vi kan føre disse opplysningene inn i regnearket vårt som vist under:

	A	B		C		D	E
1	Personinntekt:						
2							
3		Prosentsats		Fra		Til	Skatt
4	Trinn 1	0,93 %	kr	164 100,00	kr	230 950,00	
5	Trinn 2	2,41 %	kr	230 950,00	kr	565 400,00	
6							
7	Samlet trinnskatt						

Nå vil vi bruke en formel som beregner hvor mye trinnskatt vi må betale for hvert trinn. Da kan vi bruke "Hvis"-kommando i Excel. Den fungerer slik at vi skriver
Hvis(Betingelse; Hvis betingelsen stemmer så skjer dette ; Hvis betingelsen ikke stemmer skjer dette).
Vi kan begynne med å finne en formel for trinnskatt for trinn 1. Vi betaler trinnskatt for den delen av personinntekten som er mellom $164\,100$ kr og $230\,950$ kr. Det betyr at dersom personinntekten er lavere enn $230\,950$ kr betaler vi trinnskatt av $\texttt{personinntekt} - 164\,100$ kr, og dersom inntekten er høyere enn $230\,950$ kr betaler vi trinnskatt for $230\,950\text{kr} - 164\,100\text{kr}$. Vi kan merke oss at oppgaveteksten sier vi skal lage et regneark for arbeidstakere med en personinntekt på mellom $164\,100$ kr og $565\,400$ kr. Dersom vi lar betingelsen i "Hvis"-kommandoen være at personinntekten, i celle $\mathbf{B}1$, er mindre enn makssummen for trinn 1, i $\mathbf{D}4$, må vi betale $(\mathbf{B}1 - \mathbf{C}4) \cdot 0,93\%$ i trinnskatt. Siden personinntekten uansett skal være på større enn $164\,100$ kr, har vi at hvis betingelsen ikke gjelder, altså at personinntekten er på mer enn $230\,950$ kr, må vi betale $(\mathbf{D}4 - \mathbf{C}4) \cdot 0,93\%$ i trinnskatt. Formelen for å beregne trinnskatt for trinn 1, som vi kan skrive i celle $\mathbf{E}4$ blir da

$$= \text{Hvis}(\mathbf{B}1 < \mathbf{D}4; (\mathbf{B}1 - \mathbf{C}4) * \mathbf{B}4; (\mathbf{D}4 - \mathbf{C}4)^{*}\mathbf{B}4)$$

For å betale trinnskatt for trinn 2 må vi ha personinntekten i $\mathbf{B}1$ er over minstegrensen for dette trinnet i $\mathbf{C}5$, så det kan være betingelsen i "Hvis"-kommandoen, altså at . Dersom betingelsen er innfridd må vi betale $\mathbf{B}1 - \mathbf{C}5 \cdot 2,41\%$ i trinnskatt. Dersom betingelsen ikke gjelder, altså at personinntekten er mindre enn $230\,950$, skal vi ikke betale noe i trinnskatt for trinn 2. Formelen for å beregne trinnskatt på trinn 2 kan vi da skrive inn i $\mathbf{E}5$ som

$$= \text{Hvis}(\mathbf{B}1 > \mathbf{C}5; (\mathbf{B}1 - \mathbf{C}5) * \mathbf{B}5; 0)$$

Siden vi vil beregne samlet trinnskatt må vi summere trinnskatt for trinn 1 og trinn 2. Det kan vi gjøre ved å skrive $= \mathbf{E}4 + \mathbf{E}5$. Med disse formlene skrevet inn vil regnearket se slik ut:

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt:				
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt
4	Trinn 1	0,0093	164100	230950	=HVIS(B1<D4;(B1-C4)*B4;(D4-C4)*B4)
5	Trinn 2	0,0241	230950	565400	=HVIS(B1>C5;(B1-C5)*B5;0)
6					
7	Samlet trinnskatt	=E4+E5			

Vi skal bruke regnearket til å kontrollere svarene fra oppgave a). Vi kan begynne med å teste det med Lise sin personinntekt. Da skriver vi inn $520\,000$ i $\mathbf{B}2$, og får at regnearket vil se slik ut:

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt:	520000			
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt
4	Trinn 1	0,93 %	kr 164 100,00	kr 230 950,00	kr 621,71
5	Trinn 2	2,41 %	kr 230 950,00	kr 565 400,00	kr 6 966,11
6					
7	Samlet trinnskatt	kr 7 587,81			

Vi kan se at vi får et øre i forskjell her, fra løsningen i a). Det kommer av at vi avrundet til to desimaler i utregningen i a), mens i Excel regner de med flere desimaler selv om de bare viser to i regnearket.

For å kontrollere Terje sin skatt, skriver vi inn $220\ 000\ \text{kr}$ i $\mathbf{B}2$. Da vil regnearket se slik ut:

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt:	220000			
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt
4	Trinn 1	0,93 %	kr 164 100,00	kr 230 950,00	kr 519,87
5	Trinn 2	2,41 %	kr 230 950,00	kr 565 400,00	kr -
6					
7	Samlet trinnskatt	kr 519,87			

som er det samm vi får før avrunding i oppgave a).

Oppgave 8 (5 poeng) Nettkode: E-4QR0

a)

Vis at du vil bruke 6 min og 40 s på å kjøre 1 mil dersom du holder en fart på 90 km/h.

Løsningsforslag a)

Vi skal sjekke at vi bruker 6 min og 40 s dersom vi holder 90 km/h på en strekning på 1 mil. Sammenhengen mellom fart v, strekning s og tid t er gitt ved $v = \frac{s}{t}$, som vi kan gjøre om og får at $t = \frac{s}{v}$.

Før vi kan bruke denne formelen, må vi passe på at vi har samme enhet for tid og strekning. 1 mil er det samme som 10 km, så $s = 10$ km. 1 time er det samme som $60 \cdot 60\text{s} = 3600\text{s}$. Da kan vi skrive farten $v = \frac{90 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{90 \text{ km}}{3600 \text{ s}}$. Tiden skal da være gitt ved

$$t = \frac{s}{v} = \frac{10\text{km}}{\frac{90\text{km}}{3600\text{s}}} = 10\text{km} \cdot \frac{3600\text{s}}{90\text{km}} = 400\text{s}.$$

Dette skal være det samme som 6 min og 40 s. Gjør vi det om til sekunder får vi at $6\text{min} = 6 \cdot 60 \text{ s} = 360 \text{ s}$, så vi har $360 \text{ s} + 40 \text{ s} = 400 \text{ s}$, som var det vi ville vise.

Overskriften, tabellen og sitatet nedenfor er hentet fra nettsidene til Norges Automobil-Forbund (NAF).

Så mye tid sparer du på å kjøre for fort

Hvor dårlig tid har du egentlig? Det er ikke mange minutters besparelse på å bryte fartsgrensen på motorveiene.

Opprinnelig fart	Tidsbesparelse per mil om du øker farten til		
	90 km/h	100 km/h	110 km/h
80 km/h	50 s	1 min 30 s	2 min 3 s
90 km/h		40 s	1 min 13 s
100 km/h			33 s

b)

Vis at du sparer ca. 1 min og 13 s per mil ved å øke farten fra 90 km/h til 110 km/h.

Løsningsforslag b)

På tilsvarende måte som i a) kan vi finne tiden vi bruker på å kjøre 1 mil i 110 km/h ved

$$t = \frac{s}{v} = \frac{10\text{km}}{\frac{110\text{km}}{3600\text{s}}} = 10\text{km} \cdot \frac{3600\text{s}}{110\text{km}} \approx 327\text{s}.$$

Så med en fart på 110 km/h bruker vi 327 s, som betyr at vi sparer $400 - 327 = 73$ sekunder. Det er det samme som $60 + 13$, altså 1 min og 13 s som var det vi ville ha.

c)

Anta at du kjører med en konstant fart på 110 km/h.

Hvor langt må du kjøre for å spare 15 min sammenliknet med om du hadde holdt en konstant fart på 90 km/h?

Løsningsforslag c)

Vi skal finne ut hvor langt vi må kjøre for å spare 15 minutter. Det er det samme som $15 \cdot 60\text{s} = 900\text{s}$. I oppgave b) så vi at på sparte 73 s/mil. For å spare 15 min må vi kjøre

$$\frac{900\text{s}}{73\text{s}/\text{mil}} = 12,3\text{mil}.$$

Svar: Vi må kjøre $12,3$ mil.