



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



REA3022 2014 Høst



Eksamenstid:

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler:

Del 1:

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Del 2:

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

Veiledning om vurderingen:

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Andre opplysninger:

Kilder for bilder, tegninger osv.:

- Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet



DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng) [Nettkode: E-4CYB](#)

Deriver funksjonene

a)

$$f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 5$$

b)

$$g(x) = x^2 \cdot e^x$$

Oppgave 2 (4 poeng) [Nettkode: E-4CYE](#)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8, \quad D_P = \mathbb{R}$$

a)

Faktoriser $P(x)$ i førstegradsfaktorer.

b)

Løs ulikheten $P(x) \leq 0$.



Oppgave 3 (4 poeng) Nettkode: E-4CYH

Sammenhengen mellom lydstyrken L db (desibel) og lydintensiteten I W/m² er gitt ved

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$$

$I_0 = 10^{-12}$ er en konstant.

a)

Vis at formelen kan skrives som

$$L = 10 \cdot \lg I + 120$$

b)

På en arbeidsplass blir lydintensiteten målt til 10^{-4} W/m².

Hvor mange desibel er lydstyrken på arbeidsplassen?

c)

På en klassefest blir lydstyrken målt til 100 dB.

Hvilken lydintensitet svarer det til?

Oppgave 4 (4 poeng) Nettkode: E-4CYL

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2x-4}{x-1}, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

a)

Lag en skisse av grafen til f .

b)

Bestem $f'(x)$.

c)

Bestem likningen til tangenten i punktet $(2, 0)$ på grafen.



Oppgave 5 (2 poeng) Nettkode: E-4CYP

a)

Forklar at $\vec{v} = [1, a]$ er en retningsvektor til linjen $y = ax + b$

b)

To linjer er gitt ved likningene $y = a_1 \cdot x + b_1$ og $y = a_2 \cdot x + b_2$

Bruk skalarprodukt til å vise at dersom linjene står vinkelrett på hverandre, er $a_1 \cdot a_2 = -1$.

Oppgave 6 (2 poeng) Nettkode: E-4CYS

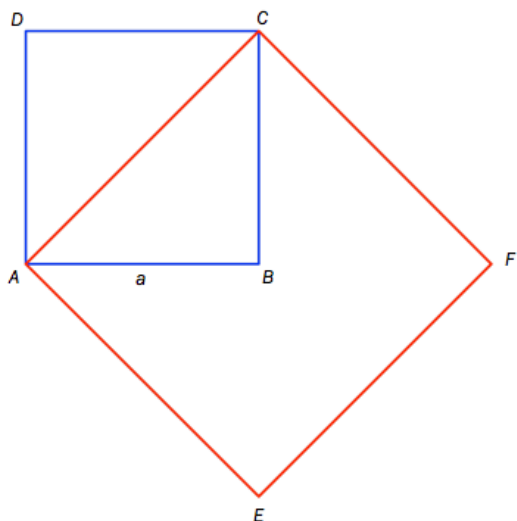
Løs likningen

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-x} = \frac{3}{8}$$

Oppgave 7 (4 poeng) Nettkode: E-4CYV

På figuren nedenfor har vi tegnet kvadratene $ABCD$ og $AEFC$.

Vi setter siden i kvadratet $ABCD$ lik a .



a)

Vis at kvadratet $AEFC$ har dobbelt så stort areal som kvadratet $ABCD$.

b)

Konstruer et kvadrat med areal eksakt lik 50 cm^2 .



Oppgave 8 (2 poeng) Nettkode: E-4CY

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 3x^2 - 1$



DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng) [Nettkode: E-4CZ0](#)

Ved en bestemt kjemisk reaksjon vil konsentrasjonen av et stoff være gitt ved

$$f(t) = 2,50 - 2,50 \cdot e^{-0,012 \cdot t}$$

der $f(t)$ er antall millimol per liter av stoffet, t sekunder etter at reaksjonen startet.

a)

Hva er konsentrasjonen etter 15 s?

Hvor lang tid tar det før konsentrasjonen er 2,00 millimol/L?

b)

Tegn grafen til f .

Hva vil konsentrasjonen nærme seg dersom den kjemiske reaksjonen går veldig lenge?

c)

Reaksjonshastigheten på et tidspunkt t er $f'(t)$.

Hva er reaksjonshastigheten når konsentrasjonen er 2,00 millimol/L?

Oppgave 2 (5 poeng) [Nettkode: E-4CZ4](#)

a)

Skriv opp alle primtallene fra og med 2 til og med 25.

b)

25 like kuler som er merket med tallene fra og med 1 til og med 25, ligger i en bolle. Vi trekker tilfeldig 5 kuler fra bollen uten tilbakelegging og leser av tallene.

Bestem sannsynligheten for at vi trekker ut akkurat 2 primtall.

c)

Bestem sannsynligheten for at vi trekker ut minst 3 primtall.



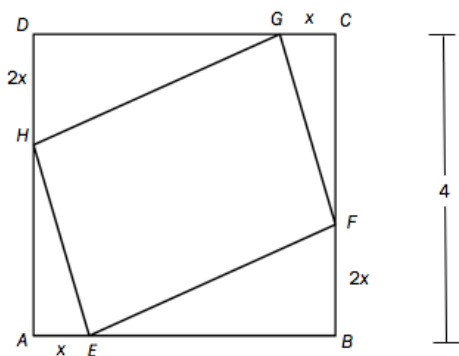
Oppgave 3 (4 poeng) Nettkode: E-4CZ8

Vi har punktene $A(2, 1)$, $B(4, 5)$ og $C(t+3, t)$.

- a) Bruk vektorregning til å bestemme t slik at punktene A , B og C ligger på en rett linje.
- b) Bruk vektorregning til å bestemme t slik at $\angle ACB = 90^\circ$.

Oppgave 4 (8 poeng) Nettkode: E-4CZC

I et kvadrat $ABCD$ med side 4 er det innskrevet et parallelogram $EFGH$. Vi setter $AE = CG = x$ og $BF = DH = 2x$. Se skissen nedenfor.



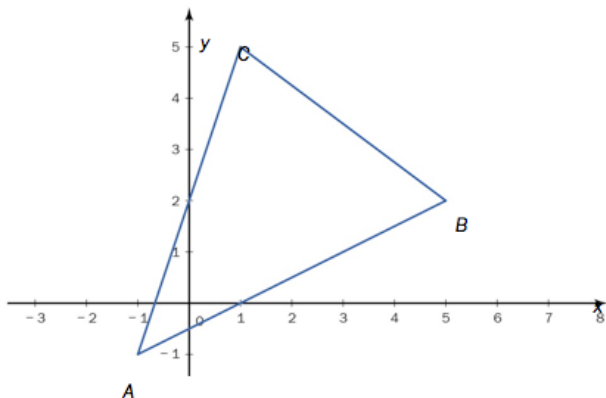
- a) Vis at arealet T av parallelogrammet $EFGH$ er $T(x) = 4x^2 - 12x + 16$, $x \in [0, 2]$
- b) Bestem x slik at arealet av parallelogrammet $EFGH$ blir halvparten av arealet av kvadratet $ABCD$.
- c) Bestem x slik at arealet av parallelogrammet $EFGH$ blir minst mulig. Bestem det minste arealet.
- d) Vi legger figuren inn i et koordinatsystem slik at A ligger i origo og B på positiv x -akse.

Bestem vektorene \vec{HE} og \vec{HG} uttrykt ved x og bruk dette til å bestemme x slik at parallelogrammet $EFGH$ blir et rektangel.



Oppgave 5 (6 poeng) Nettkode: E-4CZI

$\triangle ABC$ har hjørnene $A(-1, -1)$, $B(5, 2)$ og $C(1, 5)$. Se figuren nedenfor.



Likningen for linjen gjennom A og B er $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, og likningen for linjen gjennom A og C er $y = 3x + 2$.

a)

Bestem likningen for linjen gjennom B og C .

b)

I oppgave 5 i Del 1 har du vist at dersom to linjer står vinkelrett på hverandre, er produktet av stigningstallene lik -1 .

Bruk denne egenskapen til å vise at linjen som går gjennom C og som står vinkelrett på sidekanten AB har likningen $y = -2x + 7$.

c)

På samme måte kan det vises at linjen som går gjennom A og som står vinkelrett på sidekanten BC har likningen $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$, og linjen som går gjennom B og som står vinkelrett på AC har likningen $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$.

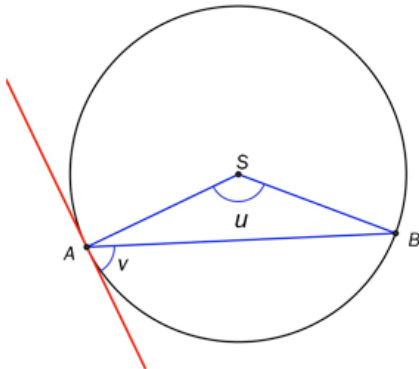
Vis ved regning at de tre høydene i $\triangle ABC$ skjærer hverandre i ett og samme punkt.

Bestem koordinatene til dette skjæringspunktet.



Oppgave 6 (3 poeng) Nettkode: E-4CZN

I en sirkel med sentrum S er det innskrevet en $\triangle ABS$ der $\angle ASB = u$. Sirkelen har en tangent i punktet A . Vinkelen mellom tangenten og siden AB er v .



a)

Vis at $\angle BAS = 90^\circ - \frac{u}{2}$.

b)

Vis at $v = \frac{u}{2}$.

Oppgave 7 (4 poeng) Nettkode: E-4CZQ

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = \frac{u}{v}$

der u og v er funksjoner av x . Vi antar i denne oppgaven at $u > 0$ og $v > 0$.

Logaritmeregelen for en brøk gir $\ln(f(x)) = \ln u - \ln v$

a)

Bruk logaritmeregelen og kjerneregelen til å bestemme $(\ln f(x))'$ uttrykt ved u , v , u' og v' .

b)

Bruk uttrykket fra oppgave a) til å utlede derivasjonsregelen for en brøk.

