MAT1011 2014 Vår

Eksamenstid:

5 timer:
Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.
Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler:

Del 1:

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Del 2:

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte:
Du skal svare på alle oppgavene.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

Veiledning om vurderingen:
Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Andre opplysninger:

Kilder for bilder, tegninger osv.

- Vindstyrke: (http://www.vindportalen.no/, 5.07.2016)
- Tegninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng) Nettkode: E-4AOP

En hustegning har målestokk $1 : 50$

På tegningen er en dør plassert 6 mm feil.

Hvor stor vil denne feilen bli i virkeligheten når huset bygges?

Løsningsforslag

Målestokken er $1 : 50$. Derfor er 1 mm på tegningen lik 50 mm i virkeligheten. På tegningen er døren plassert 6 mm feil, og i virkeligheten er feilen $50 \cdot 6$ mm. Vi vet at $5 \cdot 6 = 30$, og dermed er $10 \cdot 5 \cdot 6 = 50 \cdot 6 = 300$, så døren er plassert 300 mm feil. Det er det samme som 30 cm.

Svar: 300 mm eller 30 cm.

Oppgave 2 (1 poeng) Nettkode: E-4AOR

I en tank er det 617 L olje. Du skal fylle oljen på kanner. I hver kanne er det plass til 15,3 L.

Gjør overslag og finn ut omtrent hvor mange kanner du trenger.

Løsningsforslag

Vi kan runde 617 L ned til $600\,\mathrm{L}$. Vi runder $15,3\,\mathrm{L}$ ned til $15\,\mathrm{L}$. Vi skal se på forholdet mellom de to, og da kan vi runde mer jo høyere tallet er, så å runde av 17 i 617 og $0,3$ i $15,3$ virker ganske fornuftig. Antall kanner vi trenger er

$\frac{\text{total mengde olje}}{\text{plass per kanne}}$

I overslaget vårt trenger vi $\frac{600}{15}$ kanner. Dette kan vi regne ut for hånd, men det slipper vi hvis vi gjør noe lurt.

Vi vet at:

$2 \cdot 15 = 30$

$2 \cdot 30 = 60$, og

$60 \cdot 10 = 600$.

Dette betyr at vi kan skrive 600 som

$$600 = 60 \cdot 10 = 30 \cdot 2 \cdot 10 = 15 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10,$$

og da kan vi forkorte de to 15-tallene i brøken vår. Dermed trenger vi cirka

$$\frac{15 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10}{15} = 2 \cdot 2 \cdot 10 = 40$$

kanner.

Svar: Cirka 40 kanner.

Oppgave 3 (3 poeng) Nettkode: E-4AOT

a)

Løs likningen

$$\frac{(x+4)\cdot 3}{2} = 9$$

Løsningsforslag a)

Venstresiden er rotete, så la oss få bort brøken. Husk at i en likning må vi gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Vi multipliserer med 2:

$$\frac{(x+4)\cdot 3}{2} \cdot 2 = 9 \cdot 2$$

Forkort 2 på venstresiden og multipliserer ut på høyresiden:

$$(x+4) \cdot 3 = 18$$

Løs opp parentesen (husk å multiplisere begge ledd i parantesen):

$$3x + 12 = 18$$

Trekk 12 fra begge sider av likhetstegnet:

$$3x + 12 - 12 = 18 - 12$$

$$3x = 6$$

For å få x alene på venstresiden, divider med 3 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

Svar: $x = 2$.

ALTERNATIV LØSNING:

b)

Et trapes har et areal på 9 cm^2. Høyden i trapeset er 3 cm, og den ene av de parallelle sidene er 4 cm. Bestem lengden av den andre av de parallelle sidene.

Løsningsforslag b)

La oss først skrive ned aktuelle formler. Arealet A til et trapes med parallelle sider a og b og høyde h, er gitt ved

$$A = \frac{(a+b)\cdot h}{2}.$$

I denne oppgaven er $A = 9\ \text{cm}^2$, $h = 3\ \text{cm}$ og enten a eller b – vi velger b – er lik $4\ \text{cm}$. Setter vi dette inn i likningen over uten betegnelsene, får vi

$$9 = \frac{(a+4)\cdot 3}{2}.$$

Vi ser at dette er helt den samme likningen vi fikk oppgitt i forrige oppgave, bare med a i stedet for x. Løsningsmetoden er også den samme, så da blir a lik $2\ \text{cm}$.

Svar: $\underline{\underline{2\ \text{cm}}}$.

Oppgave 4 (1 poeng) Nettkode: E-4AOW

Det bor ca. $7{,}2$ milliarder mennesker på jorda. $15\,\%$ har ikke tilgang til rent vann.

Omtrent hvor mange mennesker har ikke tilgang til rent vann?

Løsningsforslag

Prosentfaktoren til $15\ \%$ er det samme som $15{:}100 = 0,15$. Da er det ca. $7,2\ \text{milliarder} \cdot 0,15$ mennesker som ikke har tilgang på rent vann. Vi regner ut for hånd.

1

7, 2 · 0, 1 5 = 1, 0 8

3 6 0

7 2

0 0

1 0 8 0

Dermed er det ca. $1,08$ milliarder mennesker som ikke har tilgang på rent vann.

Vi kan også gjøre dette i hodet. Husk at $15\ \% = 10\ \% + 5\ \%$. Skal vi regne ut $10\ \%$ av noe, er det det samme som å multiplisere med 10 og dividere med 100. Dette er jo det samme som å multiplisere med $0{,}10$. Dette betyr at vi i tallet vi multipliserer med, flytter kommaet én plass til høyre. Dermed er $10\ \%$ av $7,2$ milliarder lik $0,72$ milliarder. Videre er $5\ \%$ halvparten av dette, altså $\frac{0{,}72}{2} = 0,36$ milliarder. Dermed har vi at $15\ \%$ av $7,2$ milliarder er

$$0,72 + 0,36 = 1,08$$

milliarder.

Svar: Ca. $1,08$ milliarder mennesker.

Oppgave 5 (2 poeng) Nettkode: E-4AOY

Et år hadde Marit en nominell lønn på 600 000 kroner. Dette tilsvarte en reallønn på 500 000 kroner.

Bestem konsumprisindeksen dette året.

Løsningsforslag

Vi har følgende sammenheng mellom konsumprisindeks, reallønn og nominell lønn:

$$\frac{\text{reallønn}}{100} = \frac{\text{nominell lønn}}{\text{konsumprisindeks}}.$$

Vi vil finne konsumprisindeksen, og da kan uttrykket over tolkes som en likning der konsumprisindeksen er ukjent. Derfor lar vi x betegne konsumprisindeksen videre; altså skal vi finne en verdi for x som passer inn i likningen

$$\frac{\text{reallønn}}{100} = \frac{\text{nominell lønn}}{x}.$$

Vi vet at Marit hadde nominell lønn på 600 000 kroner, som tilsvarte reallønn på 500 000 kroner. Vi fyller inn i likningen over, og får

$$\frac{500\ 000}{100} = \frac{600\ 000}{x}.$$

Vi vil gjerne ha x i telleren. Derfor kan vi multiplisere med x begge sider av likningen. $\frac{500\ \ 000}{100} \cdot x = \frac{600\ 000}{x} \cdot x$ Forkort på høyresiden og multipliser begge sider med 100. Da har vi at

$500\ 000x = 60\ 000\ 000$

Her kan vi forkorte (dividere med) $100\ 000$ begge sider slik at vi har

$5x = 600$

Dette gir oss $x = \frac{600}{5}$ som er det samme som

$x = \frac{600}{5} = \frac{6 \cdot 100}{5} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 5}{5} = 6 \cdot 20 = 120$

Nå har vi funnet ut at 120 er det eneste tallet for x som passer inn i likningen vår; dermed var konsumprisindeksen 120 det året.

Svar: 120.

Oppgave 6 (2 poeng) Nettkode: E-4AP0

I ferdigblandet «Run Light» er forholdet mellom ren saft og vann $1:9$

Hvor mange liter ren saft går med dersom 500 personer skal få $0{,}2$ L ferdigblandet «Run Light» hver?

Løsningsforslag

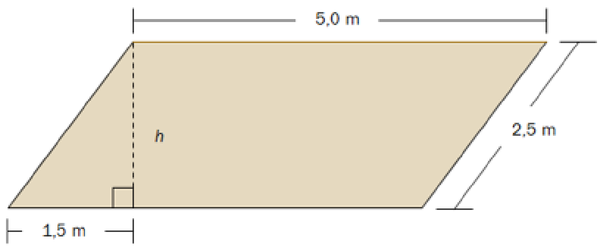
Hvis 500 personer skal ha $0,2\ \mathrm{L}$ ferdigblandet saft, så trenger vi totalt

$$500\ \mathrm{L} \cdot 0,2 = 500\ \mathrm{L} \cdot \frac{1}{5} = 100\ \mathrm{L}$$

ferdigblandet saft. Forholdet mellom ren saft og vann er $1:9$. Det betyr at hvis vi har $1+9=10$ deler ferdigblannet saft, så er 1 del av disse ren saft, altså en tiendedel. For å få 100 L ferdigblandet saft, trenger vi altså $100\ \mathrm{L} \cdot \frac{1}{10} = 10\ \mathrm{L}$ ren saft.

Svar: $\underline{\underline{10\ \mathrm{L}}}$.

Oppgave 7 (4 poeng) Nettkode: E-4AP3

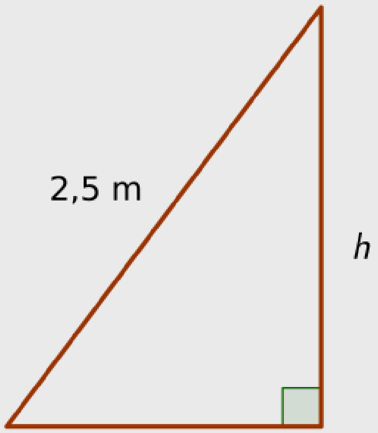


Et blomsterbed har form som et parallellogram. Se skissen ovenfor.

a)
Vis ved regning at høyden h i parallellogrammet er 2,0 m.

Løsningsforslag a)

Vi ser at den stiplede linjen markert med h er en *katet* i en *rettvinklet trekant*, der den andre kateten har lengde $1,5\ \mathrm{m}$. *Hypotenusen* i trekanten har samme lengde som sin parallelle motpart i parallellogrammet, altså $2,5\ \mathrm{m}$. Vi illustrerer dette med en tegning.



Svar:

Vi vet at i en rettvinklet trekant med hypotenus a og kateter b og c, så er

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Dette er Pytagoras læresetning. I vårt tilfelle er $a = 2,5\ \mathrm{m}$, $b = 1,5\ \mathrm{m}$ og $c = h$. For å vise at $h = 2$, trenger vi altså bare å løse likningen

$$2,5^2 = 1,5^2 + h^2.$$

Vi regner ut for hånd at $2,5^2 = 6,25$ og at $1,5^2 = 2,25$. Likningen blir $6,25 = 2,25 + h^2$. Vi løser denne:

$$\begin{aligned} 6{,}25 &= 2{,}25 + h^2 \\ 6{,}25 - 2{,}25 &= h^2 \\ 4 &= h^2 \end{aligned}$$

Løsningen er $h = 2$. Den negative løsningen $h = -2$ kan ikke være lengden til siden i en trekant, så vi har vist at $h = 2$.

b)

Du skal legge et lag med 10 cm jord i hele blomsterbedet. Du kjøper jord i sekker. I hver sekk er det 35 L.

Hvor mange sekker trenger du?

Løsningsforslag b)

Volumet vi skal fylle med jord, er arealet til blomsterbedet multiplisert med høyden til jordlaget. Arealet til parallellogrammet er grunnlinjen multiplisert med h, som vi vet er $2\ \mathrm{m}$ fra forrige oppgave. Grunnlinjen er $5\ \mathrm{m}$ lang, så arealet til parallellogrammet er $10\ \mathrm{m}^2$. Vi skal multiplisere med høyden til jordlaget, som er $10\ \mathrm{cm}$ eller $0,1\ \mathrm{m}$. Vi ser at $10\ \mathrm{m}^2 \cdot 0,1\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{m}^3$; dermed trenger vi en kubikkmeter jord for å dekke hele bedet. En kubikkmeter er det samme som 1 000 liter. Siden hver jordsekk har $35\ \mathrm{L}$ jord, trenger vi $\frac{1000\ \mathrm{L}}{35\ \mathrm{L}}$ sekker jord. Vi dividerer for hånd.

```
  1 0 0 0 : 3 5 = 2 8, 5 ...
-   7 0
    3 0 0
-   2 8 0
      2 0 0
        ⋮
```

Vi kunne regnet ut flere desimaler, men det eneste vi trenger å vite er at vi trenger mellom 28 og 29 sekker. Det betyr nemlig at vi må ha 29 sekker for å dekke behovet vårt.

Svar: 29 sekker.

Oppgave 8 (6 poeng) Nettkode: E-4AP6

På et treningssenter har de to ulike prisavtaler.

Avtale 1: Du betaler 160 kroner per måned. I tillegg betaler du 20 kroner hver gang du trener.

Avtale 2: Du betaler 400 kroner per måned. Da kan du trene så mye du vil.

Kari trener på treningssenteret. Hun har valgt avtale 1.

a)
I januar trente hun 8 ganger. I februar trente hun 14 ganger.

Hvor mye måtte hun betale for treningen hver av disse to månedene?

Løsningsforslag a)

I januar trente Kari 8 ganger, og siden hun valgte avtale 1 må hun betale 20 kroner for hver av disse gangene. Det blir totalt

$$8 \cdot 20\,\mathrm{kr} = 160\,\mathrm{kr}.$$

I tillegg må hun betale månedsprisen på $160\,\mathrm{kr}$, så i januar betalte Kari totalt $160\,\mathrm{kr} + 160\,\mathrm{kr} = 320\,\mathrm{kr}$. Videre trente hun 14 ganger i februar, og da måtte hun betale $14 \cdot 20\,\mathrm{kr} + 160\,\mathrm{kr} = 280\,\mathrm{kr} + 160\,\mathrm{kr} = 440\,\mathrm{kr}$.

Svar: Kari betalte $320\,\mathrm{kr}$ i januar og $440\,\mathrm{kr}$ i februar.

b)
Tegn en graf som viser sammenhengen mellom antall ganger Kari trener en måned, og prisen hun må betale denne måneden.

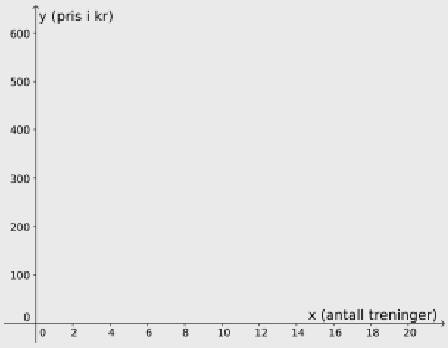
Løsningsforslag b)

Hvis x er antall ganger Kari trener i løpet av en måned, så må hun betale $x \cdot 20\,\mathrm{kr}$ i tillegg til månedsprisen på $160\,\mathrm{kr}$. La videre y være den totale prisen i kroner i løpet av en måned. Da er

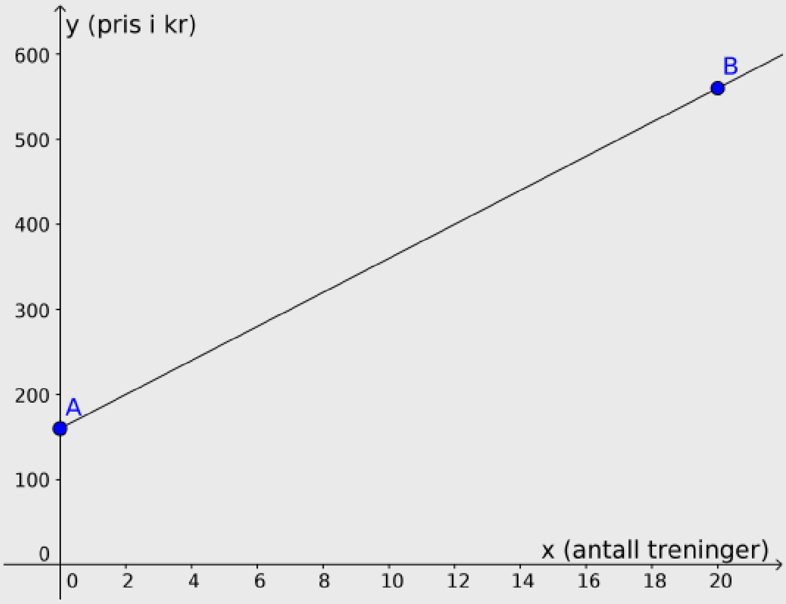
$$y = 20x + 160.$$

Vi skal tegne grafen til denne funksjonen. Likningen er lineær, grafen er en rett linje; dermed holder det å finne to punkter på linjen for å tegne grafen. Hvis vi setter inn $x = 0$ i likningen, får vi $y = 160$, så $(0, 160)$ er et punkt på linjen; hvis vi setter inn $x = 20$ så får vi $y = 20 \cdot 20 + 160 = 560$, så $(20, 560)$ er et annet punkt på linjen.

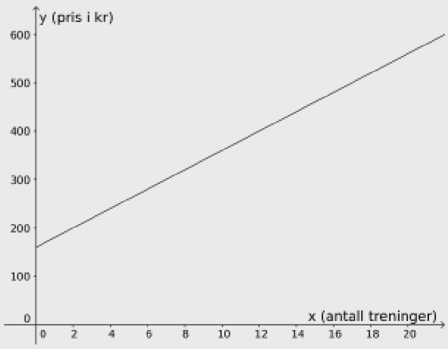
Nå kan vi tegne grafen. Det første vi gjør er å lage koordinatsystemet. Vi er bare interesserte i positive x-verdier, siden man ikke kan trene negative antall ganger. Vi lar x-aksen gå fra 0 til 20, og y-aksen gå fra 0 til 600. Vi husker å sette beskrivende navn på aksene.



Videre tegner vi inn de to punktene vi fant, altså $(0, 160)$ og $(20, 560)$, og tegner en rett linje (med linjal) mellom dem. Dette er grafen vi er ute etter.



Svar:

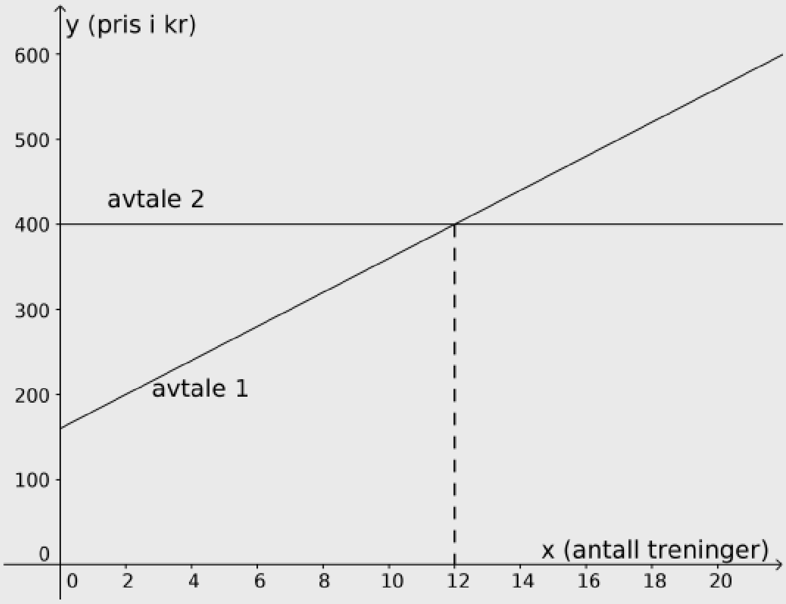


c)

Bruk grafen i oppgave b) til å bestemme hvor mye hun må trene for at det skal lønne seg med avtale 2.

Løsningsforslag c)

Vi tegner inn linjen $y = 400$ i koordinatsystemet vårt.



For en gitt x er det den grafen som er øverst som gir dyrest avtale. Vi ser at grafene krysser hverandre i $x = 12$, så hvis man trener 12 ganger i måneden er det likegyldig hvilken avtale man velger. Hvis man derimot trener mer enn 12 ganger, er grafen til avtale 1 den øverste, og dermed er avtale 1 dyrest. Derfor lønner det seg å velge avtale 2 hvis man trener mer enn 12 ganger i måneden.

Svar: Kari må trene mer enn 12 ganger i måneden for at avtale 2 skal lønne seg.

d)

La A være antall ganger du trener en måned. La P være prisen per trening.

For hver av avtalene 1 og 2 skal du avgjøre om A og P er

- proporsjonale størrelser
- omvendt proporsjonale størrelser

Løsningsforslag d)

Vi tar avtale 1 først. Da er prisen P per trening når vi trener A ganger lik månedsprisen dividert med antall treninger, altså

$$P = \frac{160 + 20 \cdot A}{A},$$

eller

$$P = \frac{120}{A} + 20.$$

Hvis $A = 1$, er $P = \frac{120}{1} + 20 = 140$, så $\frac{P}{A} = 140$. For at størrelsene skulle vært proposjonale, må alle forhold $\frac{P}{A}$ være lik 140, uansett hva A er. Setter vi derimot inn $A = 2$, får vi $P = 60 + 20 = 80$, og

$$\frac{P}{A} = \frac{80}{2} = 40 \neq 140,$$

så størrelsene er ikke proposjonale. Vi kunne også konkludert med at størrelsene ikke er proposjonale ut i fra at likningen $P = \frac{120}{A} + 20$ ikke beskriver en rett linje.

For å undersøke om de er omvendt proposjonale, ser vi på produktet i stedet for forholdet, og vi ser at når $A = 1$ så er $A \cdot P = 140$, og når $A = 2$ så er

$$A \cdot P = 2 \cdot 80 = 160 \neq 140,$$

så størrelsene er heller ikke omvendt proposjonale.

Så tar vi avtale 2. Da har vi at

$$P = \frac{400}{A}.$$

Dette er ikke ligningen til en rett linje, så størrelsene er ikke proposjonale. Videre ser vi at

$$A \cdot P = A \cdot \frac{400}{A} = 400.$$

Det betyr at produktet $A \cdot P$ er lik 400 uansett hva A er, og dermed er størrelsene omvendt proposjonale.

Svar: I avtale 1 er størrelsene verken proposjonale eller omvendt proposjonale. I avtale 2 er størrelsene omvendt proposjonale.

Oppgave 9 (4 poeng) Nettkode: E-4APB

I en klasse er det ti jenter og åtte gutter. En dag har seks av jentene og tre av guttene gjort leksene.

a)

Systematiser opplysningene ovenfor i en krysstabell.

Løsningsforslag a)

Det første vi gjør er å sette opp en tom tabell. Den kan se slik ut. Vi kunne byttet om det som står i første kolonne med det som står i første rad. "Lekser"-kolonnen representerer de som har gjort lekser, og "Ikke lekser"-kolonnen representerer de som ikke har gjort lekser.

	Lekser	**Ikke lekser**	**Sum**
Jenter			
Gutter			
Sum			

Det neste steget er å fylle ut informasjonen vi har fått direkte i teksten. Det første vi fører inn er at vi ser på totalt 10 jenter og 8 gutter. Dette skal vi skrive i "Sum"-kolonnen.

	Lekser	**Ikke lekser**	**Sum**
Jenter			10
Gutter			8
Sum			

Videre står det at 6 av jentene har gjort leksene sine, og 3 av guttene. Dette fører vi opp i "Lekser"-kolonnen.

	Lekser	**Ikke lekser**	**Sum**
Jenter	6		10
Gutter	3		8
Sum			

Nå har vi ført opp all informasjon i teksten, og vi er ment å regne ut de resterende rutene. Vi starter med den første raden, altså "Lekser"-raden. Der har vi én rute som ikke er fylt ut, nemlig den i "Sum"-raden. Her skal det totale antallet elever som har gjort lekser stå, altså summen av de øvrige tallene i kolonnen. Det blir $3 + 6 = 9$. Tilsvarende skal det i kolonnen helt til høyre stå $10 + 8 = 18$.

	Lekser	**Ikke lekser**	**Sum**
Jenter	6		10
Gutter	3		8
Sum	9		18

Til sist fyller vi inn “Ikke lekser”-kolonnen. Av totalt 10 jenter var det 6 som gjorde leksene sine, og det betyr at $10 - 6 = 4$ av jentene ikke gjorde lekser. Tilsvarende var det $8 - 3 = 5$ gutter som ikke gjorde lekser. Dermed var det totalt $4 + 5 = 9$ elever som ikke gjorde leksene den dagen.

	Lekser	**Ikke lekser**	**Sum**
Jenter	6	4	10
Gutter	3	5	8
Sum	9	9	18

Svar:

	Lekser	**Ikke lekser**	**Sum**
Jenter	6	4	10
Gutter	3	5	8
Sum	9	9	18

b)
Vi velger tilfeldig to elever som ikke har gjort leksene.

Bestem sannsynligheten for at de to elevene er én gutt og én jente.

Løsningsforslag b)

Fra tabellen vår i forrige oppgave, ser vi at det er 4 jenter og 5 gutter som ikke har gjort leksene sine; totalt er det 9. Trekker vi tilfeldig ut én av disse, er sannsynligheten for at vi har trukket en jente lik $\frac{4}{9}$. I så fall er det 3 jenter og 5 gutter igjen og trekke fra, så neste gang vi trekker er sannsynligheten $\frac{5}{8}$ for at vi trekker en gutt. Dermed blir sannsynligheten for at vi først trekker en jente og deretter en gutt, lik

$$P\left(\text{jente, så gutt}\right) = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8}.$$

Vi regner ut at $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 8} = \frac{5}{9 \cdot 2} = \frac{5}{18}$. På helt tilsvarende måte som over, regner vi ut at sannsynligheten for å først trekke en gutt og deretter en jente, er lik

$$P\left(\text{jente, så gutt}\right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8}.$$

Dette produktet er lik $\frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$. (Dette er den samme sannsynligheten som før. Er det alltid slik? Se “Visste du at” hvis du vil vite mer.) Sannsynligheten for å trekke nøyaktig én gutt og én jente er summen av de to sannsynlighetene vi har funnet. Nå kan vi legge disse sammen.

$$P\left(\text{én jente og én gutt}\right) = \frac{5}{18} + \frac{5}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}.$$

Svar: $\frac{5}{9}$.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng) Nettkode: E-4APE

I 1990 kostet 600 g kjøttdeig 31 kroner. I 2012 kostet 350 g kjøttdeig 24 kroner.

a)
Hvor mye kostet ett kilogram kjøttdeig i 1990?

Hvor mye kostet ett kilogram kjøttdeig i 2012?

Løsningsforslag a)

I 1990 kostet $600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg}$ kjøttdeig 31 kroner. Det gir en pris på

$$\frac{31 \text{ kr}}{0,6 \text{ kg}} \approx 51,67 \text{ kr/kg},$$

altså $51,67 \text{ kr}$ per kilogram. I 2012 kostet $350 \text{ g} = 0,35 \text{ kg}$ kjøttdeig 24 kr, og vi regner ut prisen per kilogram på akkurat samme måte:

$$\frac{24 \text{ kr}}{0,35 \text{ kg}} \approx 68,57 \text{ kr/kg}.$$

Svar: I 1990 var kilosprisen cirka $51,67 \text{ kr}$, og i 2012 var den cirka $68,57 \text{ kr}$.

b)
Hvor mange prosent økte prisen per kilogram fra 1990 til 2012?

Løsningsforslag b)

Prisen i 2012 er

$$\frac{68,57 \text{ kr}}{51,67 \text{ kr}} \approx 1,327 = 132,7 \%$$

av det prisen i 1990 var. Det er en økning på cirka $32,7 \%$.

Vi kunne også regnet ut dette ved å se på hvor stor endringen i prisen var, og hvor stor andel av prisen i 1990 dette er. Endringen i pris er cirka

$$68,57 \text{ kr} - 51,67 \text{ kr} = 16,9 \text{ kr}.$$

Vi dividerer med prisen i 1990 for å finne ut hvor mange prosent dette er, og får

$$\text{prisøkning} = \frac{16,9 \text{ kr}}{51,67 \text{ kr}} \approx 32,7 \%.$$

Svar: Cirka $32,7 \%$.

c)

I 1990 var konsumprisindeksen 83,7.

I 2012 var konsumprisindeksen 131,4.

Hva ville ett kilogram kjøttdeig ha kostet i 2012 dersom prisutviklingen hadde fulgt konsumprisindeksen fra 1990 til 2012?

Løsningsforslag c)

Vi har følgende sammenheng mellom konsumprisindeksen og pris, gitt at prisen endrer seg etter konsumprisindeksen.

$$\frac{\text{pris i 1990}}{\text{indeks i 1990}} = \frac{\text{pris i 2012}}{\text{indeks i 2012}}.$$

Vi skal nå la prisen i 2012 være ukjent, og fylle inn prisen i 1990 og indeksene i 1990 og 2012. Konsumprisindeksen var henholdsvis $83,7$ og $131,4$. Prisen regnet vi ut i forrige oppgave. Vi setter inn og får

$$\frac{51,67\,\text{kr}}{83,7} = \frac{\text{pris i 2012}}{131,4}.$$

Prisen i 2012 er altså ukjent; vi kunne like gjerne latt x betegne prisen i 2012 og løst ligningen

$$\frac{51,67\,\text{kr}}{83,7} = \frac{x}{131,4}.$$

Vi vil ha x alene på én side av likhetstegnet, så vi multipliserer med $131,4$ på hver side, og får $x = \frac{51{,}67\ \text{kr}}{83{,}7} \cdot 131,4 \approx 81,12\,\text{kr}.$ Dermed ville kilosprisen på kjøttdeig vært over 10 kroner høyere dersom prisen hadde fulgt konsumprisindeksen.

Svar: Cirka $81,1\,\text{kr}$.

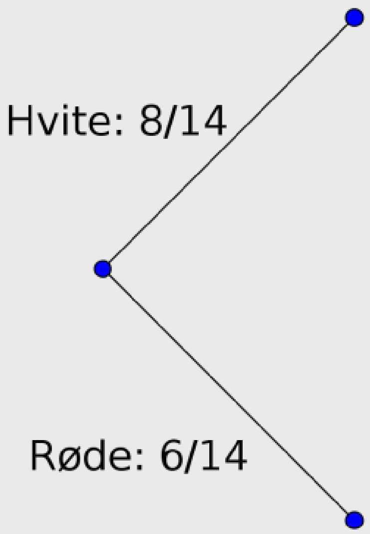
Oppgave 2 (4 poeng) Nettkode: E-4API

I en skål er det åtte hvite og seks røde kuler. Du skal trekke tre kuler tilfeldig.

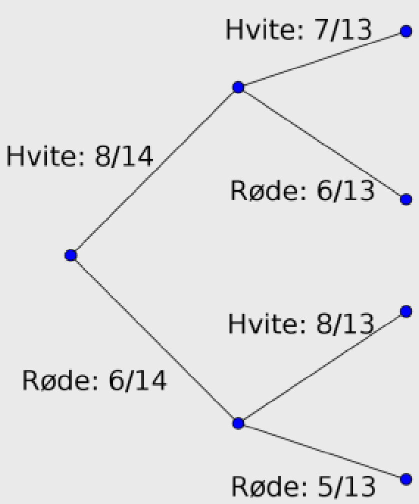
a)
Systematiser de ulike utfallene i et valgtre.

Løsningsforslag a)

Vi skal trekke tre tilfeldige kuler fra skålen, og starter med det første valget. I skålen er det 8 hvite og 6 røde kuler, og da er det totalt $8 + 6 = 14$ kuler i skålen. Sannsynligheten for å trekke hvit og rød blir henholdsvis $\frac{8}{14}$ og $\frac{6}{14}$. Vi kunne forkortet disse brøkene til $\frac{4}{7}$ og $\frac{3}{7}$, men vi velger å la det stå uforkortet for å kunne se det store bildet til slutt.

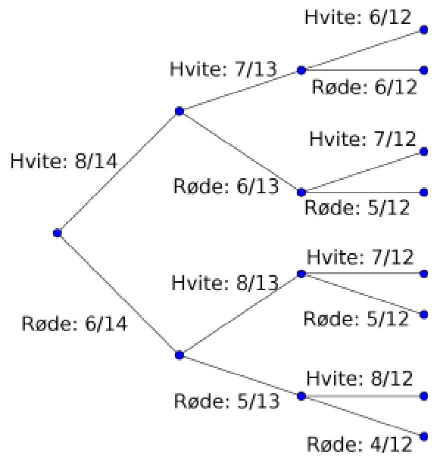


Neste gang vi trekker, er det bare 13 kuler igjen i skålen. Hvis vi trakk en hvit kule først, er vi på den øverste kanten i valgtreet over, og da er det 7 hvite og 6 røde kuler igjen. Dermed blir sannsynligheten for å trekke hvit og rød henholdsvis $\frac{7}{13}$ og $\frac{6}{13}$. Hvis den første kulen vi trakk var rød, hadde sannsynlighetene vært $\frac{8}{13}$ og $\frac{5}{13}$.



Når vi har trukket to kuler er det bare 12 kuler igjen i skålen. I hver av endepunktene i treet over må vi finne ut hvor mange røde og hvite kuler det er igjen. Ta for eksempel den øverste grenen av treet, der vi har trukket to hvite kuler. Da er det 6 hvite og 6 røde kuler igjen, og sannsynligheten for å trekke disse blir henholdsvis $\frac{6}{12}$ og $\frac{6}{12}$. Vi gjør det samme for de andre valgene. Etter det er vi ferdige. Svaret er under.

Svar:

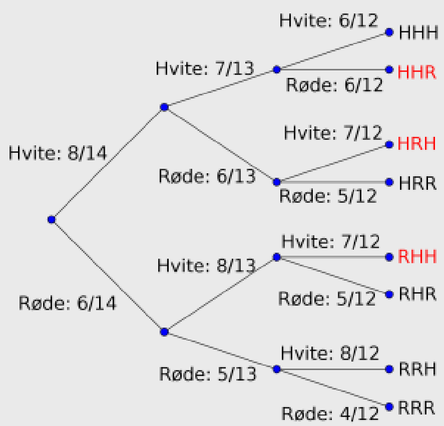


b)

Bestem sannsynligheten for at du trekker to hvite og én rød kule. Marker hvordan du finner løsningen i valgtreet i oppgave a).

Løsningsforslag b)

Hvert valg i valgtreet representerer en farge på kulene. I valgtreet under har vi skrevet ned hvilke kuler man står igjen med til slutt i hver av sluttvalgene; H betyr en hvit kule og R betyr en rød.



Vi har markert (i rødt) de tre valgene som gir to hvite og én rød kule, nemlig HHR, HRH og RHH. Vi må regne ut sannsynligheten for at hver av disse skjer, og summere opp for å finne den totale sannsynligheten. Valgtreet er satt opp slik at det er lett å finne sannsynligheten for sluttresultatene – bare velg et sluttresultat, og multipliser sannsynlighetene for at nøyaktig disse valgene skulle bli tatt. Vi tar før eksempel sannsynligheten for HHR, altså først trekke to hvite og deretter en rød. Sannsynligheten for å først trekke hvit er $\frac{8}{14}$, og sannsynligheten for å trekke hvit igjen er i så fall $\frac{7}{13}$. Til slutt er sansynligheten for å trekke en rød lik $\frac{6}{12}$, og dermed er sannsynlighetene for at alle disse tre tingene inntreffer, lik

$$P\left(\mathrm{HHR}\right) = \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{12} = \frac{2}{13}.$$

Tilsvarende er sannsynlighetene for å trekke HRH og RHH henholdsvis

$$\begin{aligned} P(\mathrm{HRH}) &= \tfrac{8}{14} \cdot \tfrac{6}{13} \cdot \tfrac{7}{12} = \tfrac{2}{13}\mathrm{og} \\ P(\mathrm{HHR}) &= \tfrac{6}{14} \cdot \tfrac{8}{13} \cdot \tfrac{7}{12} = \tfrac{2}{13}. \end{aligned}$$

Vi summerer opp, og finner at sannsynligheten for å trekke to hvite og én rød kule er

$$\frac{2}{13} + \frac{2}{13} + \frac{2}{13} = \frac{6}{13}.$$

Svar: $\frac{6}{13}$.

Oppgave 3 (7 poeng) Nettkode: E-4APM

Vi bruker funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0{,}002x^3 + 0{,}06x^2 - 0{,}2x + 2 \quad , \qquad 0 \leq x \leq 24$$

som en modell for vindstyrken $f(x)$ m/s ved en målestasjon x timer etter midnatt 18. mai 2014.

a)

Tegn grafen til f .

Løsningsforslag a)

Vi skal tegne grafen til en funksjon på et gitt intervall (intervallet fra og med 0 til og med 24). Da bruker vi følgende funksjon i Geogebra.

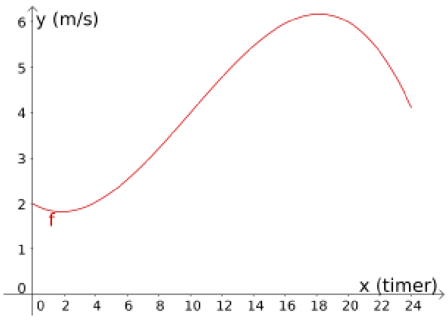
```
Funksjon[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]
```

Vi skriver derfor det følgende i “Skriv inn”-boksen.

```
Funksjon[-0.002x^3 + 0.06x^2 - 0.2x + 2, 0, 24]
```

Det er lurt å stille inn Geogebra til å vise tre desimaler for å se det fulle funksjonsuttrykket i algebrafeltet. Det gjør vi ved å gå på Avrunding i Instillinger-menyen og velge “3 desimaler”. Resultatet ser vi under. Vi må også dra aksene slik at vi ser hele grafen. Vi må også huske på å sette inn beskrivende navn på aksene. Resultatet er vist under.

Svar:



b)
Hva var vindstyrken klokken 09.45 ifølge modellen?

Løsningsforslag b)

Vi vet at 09.00 er ni timer etter midnatt. Tre kvarter er dessuten tre fjerdedeler av en time, så 09.45 må være $9 + \frac{3}{4} = 9,75$ timer etter midnatt. Vindstyrken klokken 09.45 er derfor gitt ved $f(9,75)$. Dette kan vi regne ut med kalkulator ved å se at

$f\,(9{,}75) =$

$-0,002 \cdot 9,75^3 + 0,06 \cdot 9,75^2 - 0,2 \cdot 9,75 + 2 = 3,9,$

men vi har allerede laget funksjonen f i Geogebra, og alt vi trenger å gjøre er å skrive

```
f(9.75)
```

i "Skriv inn"-feltet, og vi får at svaret er lik $3,9\ \mathrm{m/s}$.

Svar: $3,9\ \mathrm{m/s}$.

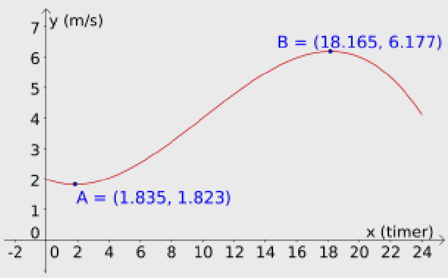
c)
Når var vindstyrken minst, og når var den størst, ifølge modellen?

Løsningsforslag c)

For å finne ekstremalpunktene i Geogebra, bruker vi Ekstremalpunkt-funksjonen. Vi skriver følgende i "Skriv inn"-feltet.

```
Ekstremalpunkt[f]
```

Resultatet er vist under.



Nå har vi fått koordinatene til ekstremalpunktene. Bunnpunktet er $(1.835, 1.823)$ og toppunktet er $(18.165, 6.177)$. Vi ser på grafen at disse punktene har henholdsvis minst og størst y-koordinat av alle punktene på grafen. Det betyr at $1,835$ timer etter midnatt var vindstyrken lavest, og $18,165$ timer etter midnatt var den høyest. Vi vil gjerne konvertere dette om til klokkeslett. Vi har at

$$0,835\ \mathrm{t} \cdot 60\ \mathrm{min/t} \approx 50\ \mathrm{min}$$

og

$$0,165\ \mathrm{t} \cdot 60\ \mathrm{min/t} \approx 10\ \mathrm{min},$$

så $1,835$ timer etter midnatt er klokken cirka 01.50 og $18,165$ timer etter midnatt var klokken cirka 18.10.

Svar: Vindstyrken var lavest kl. 01.50 ($1,835$ timer etter midnatt), og den var høyest kl. 18.10 ($18,165$ timer etter midnatt).

d)

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom vindstyrke og betegnelse.

I hvilke tidsrom i løpet av dette døgnet var det lett bris ifølge modellen?

Vindstyrke (m/s)	Betegnelse	Kjennetegn
0,0–0,2	Stille	Røyken stiger rett opp.
0,3–1,5	Flau vind	En kan se vindretningen av måten røyken driver på.
1,6–3,3	Svak vind	En kan føle vinden. Bladene på trærne rører seg, vinden kan løfte små vimpler.
3,4–5,4	Lett bris	Løv og småkvister rører seg. Vinden strekker større flagg og vimpler.
5,5–7,9	Laber bris	Vinden løfter støv og løse papirer, rører på kvister og smågreiner og strekker større flagg og vimpler.
8,0–10,7	Frisk bris	Småtrær med løv begynner å svaie. På vann begynner småbølgene å toppe seg.

Løsningsforslag d)

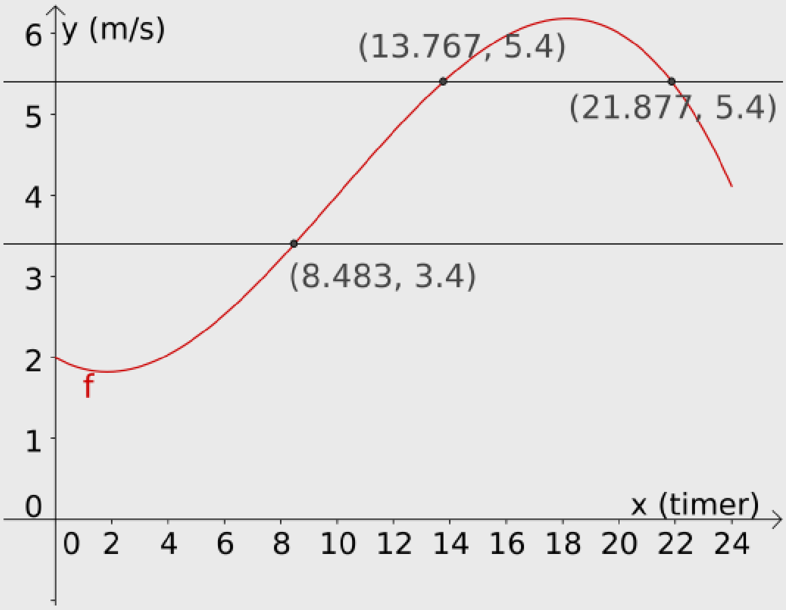
Vi lager to nye linjer der $y = 3,4$ og $y = 5,4$ i Geogebra-filen vår. Det gjør vi ved å skrive

```
y = 3.4
```

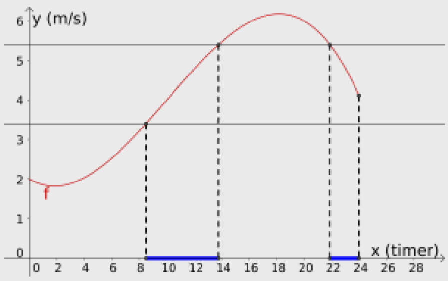
og

```
y = 5.4
```

i "Skriv inn"-boksen. Der grafen til f er mellom disse to linjene, er det lett bris. Vi finner alle skjæringspunktene til f og de to linjene ved å klikke på dem. Resultatet er vist under.



Skjæringspunktene er $(8.483, 3.4)$, $(13.767, 5.4)$ og $(21.877, 5.4)$. Vi ser at grafen til f er mellom linjene hvis vi ser på x-verdier mellom de to første skjæringspunktene, og hvis vi ser på x-verdier etter det siste skjæringspunktet. Det betyr at vi har lett bris når $8,483 \leq x \leq 13,767$ og når $x > 21{,}877$. Vi konverterer dette til klokkeslett som i forrige oppgave, og får at det er lett bris mellom 08.29 og 13.46, og fra 21.53 til midnatt. Under ser vi området med lett bris markert i blått på x-aksen.

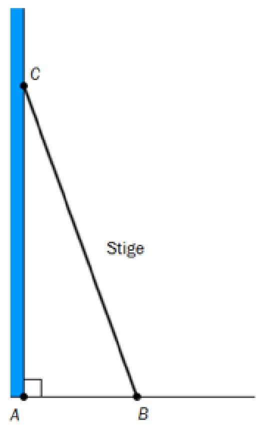


Svar: Det er lett bris mellom 08.29 og 13.46 ($8,483 \leq x \leq 13,767$) og etter 21.53 ($x \geq 21{,}877$).

Oppgave 4 (4 poeng) Nettkode: E-4APS

Når du skal arbeide i stige, er det viktig at du setter stigen slik at den står stødig.

Hans og Grete bruker « 4 : 11 -regelen» når de setter opp stiger.



4 : 11 -REGELEN
Forholdet mellom hvor langt fra veggen en stige står (AB), og hvor høyt opp på veggen stigen når (AC), skal være 4 : 11 .

Se skissen over.

a)

Hans setter opp en stige slik at den står 80 cm fra en vegg.

Hvor høyt opp på veggen vil stigen nå?

Løsningsforslag a)

Stigen står $80\ \mathrm{cm}$ fra en vegg. Hvis vi sier at dette er 4 lengdeenheter, så må 1 lengdeenhet være $\frac{80\ \mathrm{cm}}{4} = 20\ \mathrm{cm}$. Vi skal ha stigen 11 slike lengdeenheter opp på veggen. Vi multipliserer opp og får

$$20\ \mathrm{cm} \cdot 11 = 220\ \mathrm{cm}.$$

Vi kan sjekke svaret vårt ved å se på forholdet mellom avstanden fra veggen og hvor høyt stigen står:

$$\frac{80\ \mathrm{cm}}{220\ \mathrm{cm}} = \frac{4}{11}.$$

Det er det riktige forholdet vi skal ha.

Svar: $\underline{\underline{220\ \mathrm{cm}}}$.

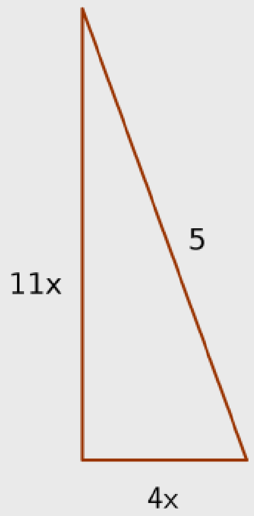
b)

Grete har en stige på 5 m.

Hvor langt opp på veggen vil stigen nå?

Løsningsforslag b)

Stigen utgjør hypotenusen i den rettvinklede trekanten definert av stigen, bakken og veggen. Vi vet foreløpig ikke hvor lange katetene er, men vi vet at lengden skal stå i forholdet $4 : 11$ til høyden. Det betyr at hvis stigen er $4x$ meter fra veggen, for et eller annet tall x, så er stigen $11x$ meter opp på veggen. Dette kan vi sette opp som i den følgende figuren. Lengdene er i meter, men vi unnlater å skrive det for enkelhetens skyld.



Pytagoras læresetning sier oss at i en rettvinklet trekant med hypotenus a og kateter b og c, så er

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

I vårt tilfelle er $a = 5$, $b = 4x$ og $c = 11x$. Vi setter dette inn i ligningen over, og får

$$5^2 = (4x)^2 + (11x)^2,$$

eller

$$25 = 16x^2 + 121x^2.$$

Vi kan trekke sammen høyre side.

$$25 = 137x^2.$$

Stigen står $11x$ meter opp på veggen, så hvis vi kan finne et tall x som passer inn i denne ligningen, så kan vi multiplisere med 11 og vi har løst oppgaven. Altså må vi løse ligningen over. Vi vil ha x^2 alene på en side, så vi dividerer med 137 på begge sider. Da får vi

$$x^2 = \frac{25}{137}.$$

Så tar vi kvadratroten av begge sider, og får at

$$x = \sqrt{\frac{25}{137}} \approx 0,43.$$

Dermed vil Gretes stige nå cirka $11 \cdot 0,43\,\mathrm{m} = 4,73\,\mathrm{m}$ opp på veggen.

Vi kunne også ha brukt formlikhet til å løse oppgaven. Vi må observere at trekanten som stigen til Grete danner, er formlik med trekanten som Hans' stige danner. Lengden til Hans' stige er $\sqrt{(2,2\,\mathrm{m})^2 + (0,8\,\mathrm{m})^2} \approx 2,34\,\mathrm{m}$. La h være høyden Gretes stige når. Siden forholdene mellom tilsvarende sider i formlike trekanter er konstant, så vil

$$\frac{h}{2,2} = \frac{5}{2,34},$$

og dermed er

$$h = \frac{5}{2,34} \cdot 2,2 \approx 4,7,$$

akkurat som før.

Svar: Cirka $4,73\,\mathrm{m}$.

Oppgave 5 (5 poeng) Nettkode: E-4APV

Prisen på en vare er satt opp 10 % fem ganger. Opprinnelig kostet varen 246 kroner.

a)
Hvor mye koster varen nå?

Løsningsforslag a)

Hver gang varen er satt opp $10\ \%$, så er den nye prisen $110\ \%$ av den gamle. For å finne ut hva $110\ \%$ av noe er, multipliserer vi med vekstfaktoren $1,1$. Etter varen er satt opp $10\ \%$ én gang, vil prisen være

$$246\ \mathrm{kr} \cdot 1,1 = 270,6\ \mathrm{kr}.$$

Varen skal settes opp 5 ganger, og det tilsvarer å multiplisere med vekstfaktoren 5 ganger. Dermed blir sluttprisen på varen lik

$$246\ \mathrm{kr} \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 = 246\ \mathrm{kr} \cdot 1,1^5 \approx 396\ \mathrm{kr}.$$

Svar: Cirka $396\ \mathrm{kr}$.

b)
Hvor mange prosent er prisen totalt satt opp?

Løsningsforslag b)

Den nye prisen på varen er cirka $396\ \mathrm{kr}$, eller nøyaktig $246\ \mathrm{kr} \cdot 1,1^5$, mens den opprinnelige prisen var på $246\ \mathrm{kr}$. Det er en økning på

$$\frac{246\ \mathrm{kr} \cdot 1,1^5}{246\ \mathrm{kr}} = 1,1^5 \approx 1,61 = 161\ \%.$$

Her regner vi i prosent av den opprinnelige prisen, og hvis en vare har gått fra til å koste $100\ \%$ til $161\ \%$, så har prisen økt med $61\ \%$.

Svar: Cirka $61\ \%$.

c)

Prisen på en annen vare er også satt opp 10 % fem ganger. Nå koster varen 550 kroner.

Hva kostet denne varen opprinnelig?

Løsningsforslag c)

La x være antall kroner varen opprinnelig kostet. Varen ble satt opp $10\,\%$ fem ganger, så akkurat som i a) vil den nye prisen være $x \cdot 1,1^5$. På den andre siden vet vi allerede at varen koster $550\,\text{kr}$, og det betyr at

$$x \cdot 1,1^5 = 550.$$

Nå har vi funnet en ligning der varens opprinnelige pris er den ukjente. Løser vi ligningen, finner vi den opprinnelige prisen. Vi vil ha x alene på én side av likhetstegnet, så vi dividerer med $1,1^5$ på begge sider av likhetstegnet, og får

$$\frac{x \cdot 1,1^5}{1,1^5} = \frac{550}{1,1^5},$$

$$x = \frac{550}{1,1^5}.$$

Dermed er $x = \frac{550}{1,1^5} \approx 341,51$, så varens opprinnelige pris var cirka $342\,\text{kr}$.

Svar: Cirka $342\,\text{kr}$.

Oppgave 6 (5 poeng) Nettkode: E-4AQ0

Ellinor er student. Hun arbeider ved siden av studiene.

I 2013 arbeidet hun 346 timer. Hun hadde en timelønn på 135 kroner.

Ellinor hadde frikort i 2013. Beløpsgrensen uten skattetrekk var 39 950 kroner. Hun leverte ikke nytt skattekort til arbeidsgiveren da fribeløpet var brukt opp, og det ble derfor trukket 50 % skatt av inntekten som oversteg fribeløpet.

a)

Hvor mye betalte Ellinor i skatt i 2013?

Løsningsforslag a)

Ellinor arbeidet i 346 timer med timeslønn på $135\ \mathrm{kr}$. Før skatt gir dette en lønn på

$$346\ \text{timer} \cdot 135\ \mathrm{kr/time} = 46\ 710\ \mathrm{kr}.$$

Fribeløpet, altså beløpet Ellinor kan tjene uten å betale skatt, var $39\ 950\ \mathrm{kr}$. Derfor trenger hun bare å betale skatt av de resterende pengene, altså

$$46\ 710\ \mathrm{kr} - 39\ 950\ \mathrm{kr} = 6\ 760\ \mathrm{kr}.$$

Siden Ellinor ikke leverte skattekort etter fribeløpet var brukt opp, må hun betale $50\ \%$ skatt av dette. Det blir

$$6\ 760\ \mathrm{kr} \cdot 50\ \% = 3\ 380\ \mathrm{kr},$$

så hun betalte $3\ 380\ \mathrm{kr}$ i skatt.

Svar: Ellinor betalte $3\ 380\ \mathrm{kr}$ i skatt.

b)

Nedenfor ser du hvor mye Ellinor fikk utbetalt fra Lånekassen i 2013, og hvilke utgifter hun hadde.

Utbetalinger fra Lånekassen per måned	
Juni og juli	0 kroner
August og januar	18 880 kroner
Alle andre måneder	7 080 kroner

Utgifter per måned	
Hybel	4 000 kroner
Mat og drikke	3 000 kroner
Klær og sko	1 200 kroner
Andre utgifter	2 100 kroner
I tillegg brukte hun 10 000 kroner på reiser i løpet av året.	

Sett opp en oversikt som viser Ellinors totale inntekter og utgifter i 2013.

Løsningsforslag b)

Vi velger å sette opp oversikten i form av en tabell. Den første tabellen viser inntekter. Ellinor mottar penger fra Lånekassen, og lønn. Vi setter opp tabellen vi skal fylle ut.

Inntekter	
Studielån	
Lønn	
sum	

Først regner vi ut studielånet hennes. I august og januar mottar Ellinor $18\,880$ kr, og i åtte andre måneder mottar hun $7\,080$ kr. Det er totalt

$$18\,880 \text{ kr} \cdot 2 + 7\,080 \text{ kr} \cdot 8 = 94\,400 \text{ kr}.$$

Deretter regner vi ut lønnen. Ellinor tjente brutto $46\,710$ kr, og skatten var på $3\,380$ kr. Netto lønn er derfor

$$46\,710 \text{ kr} - 3\,380 \text{ kr} = 43\,330 \text{ kr}.$$

Total inntekt er dermed $94\,400 \text{ kr} + 43\,330 \text{ kr} = 137\,730 \text{ kr}$. Dette fyller vi inn i tabellen vår.

Inntekter	
Studielån	$94\,400$ kr
Lønn	$43\,330$ kr
sum	$137\,730$ kr

Videre setter vi opp oversikten for utgifter. Vi må huske på å legge til reiseutgiftene på $10\,000$ kr.

Utgifter	
Hybel	
Mat og drikke	
Klær og sko	
Reise	
Andre utgifter	
Sum	

Utgiftene som er like hver måned, kan vi multiplisere opp med 12 for å finne årsutgiften. Reiseutgiftene er på $10\,000$ kr totalt.

Utgifter	
Hybel	$48\,000$ kr
Mat og drikke	$36\,000$ kr
Klær og sko	$14\,400$ kr
Reise	$10\,000$ kr
Andre utgifter	$25\,200$ kr
Sum	$133\,600$ kr

Til slutt setter vi opp en oversikt over den totale balansen i 2013. Inntektene var på $137\,730$ kr og utgiftene på $133\,600$ kr, og det gir

$$137\,730 \text{ kr} - 133\,600 \text{ kr} = 4\,130 \text{ kr}$$

i overskudd.

Totalt	
Inntekter	$137\,730$ kr
Utgifter	$133\,600$ kr
Overskudd	$4\,130$ kr

Vi kan også gjøre alle beregningene i et regneark. Et forslag er vist under.

	A	B	C	D	E
1	**Utbetalinger fra Lånekassen per måned**			**Utgifter per måned**	
2	Juni og juli	0		Hybel	4000
3	August og januar	18880		Mat og drikke	3000
4	Alle andre måneder	7080		Klær og sko	1200
5				Andre utgifter	2100
6					
7	**Inntekter for hele året**			**Utgifter for hele året**	
8	Studielån	=B3*2+B4*8		Hybel	=12*E2
9	Lønn	43330		Mat og drikke	=12*E3
10	Sum	=B8+B9		Klær og sko	=12*E4
11				Reise	10000
12				Andre utgifter	=12*E5
13				Sum	=summer(E8:E12)
14					
15	**Totalt**				
16	Inntekter	=B10			
17	Utgifter	=E13			
18	Overskudd	=B16-B17			

Svar:

Inntekter	
Studielån	94400 kr
Lønn	43330 kr
sum	137730 kr

Utgifter	
Hybel	48000 kr
Mat og drikke	36000 kr
Klær og sko	14400 kr
Reise	10000 kr
Andre utgifter	25200 kr
Sum	133600 kr

Totalt	
Inntekter	137730 kr
Utgifter	133600 kr
Overskudd	4130 kr

Oppgave 7 (6 poeng) Nettkode: E-4AQ4

Eva lager blomsterpotter. Blomsterpottene har form som sylindre. Eva følger denne regelen når hun lager pottene:

«Summen av omkretsen og høyden skal være 50 cm.»

Eva vil lage en blomsterpotte som er 15 cm høy.

a)
Bestem volumet av denne blomsterpotten dersom Eva følger regelen ovenfor.

Løsningsforslag a)

Høyden til blomsterpotten addert med omkretsen skal være 50 cm, og siden høyden er 15 cm må omkretsen være

$$50 \text{ cm} - 15 \text{ cm} = 35 \text{ cm}.$$

Volumet V til en sylinder med høyde h og radius r, er gitt ved $V = \pi r^2 \cdot h$. Vi vet allerede at høyden h er lik 15 cm, og vi vil finne r. Vi vet foreløpig ikke hva r er, men vi vet at bunnen i blomsterpotten danner en sirkel med omkrets 35 cm. Videre vet vi at omkretsen til en sirkel med radius r er gitt ved $2\,\pi r$. Dermed har vi at $35 \text{ cm} = 2\,\pi r$. Radien r finner vi altså ved å løse ligningen over; det vil si å finne et tall for r som passer inn i ligningen. Vi vil ha r alene på én side av likhetstegnet, så vi dividerer med $2\,\pi$ på begge sider, og får $\frac{35 \text{ cm}}{2\,\pi} = \frac{2\,\pi r}{2\,\pi}$, $r = \frac{35 \text{ cm}}{2\,\pi}$. Vi taster inn på kalkulatoren og får at $r \approx 5,57 \text{ cm}$. Dermed er volumet til blomsterpotten lik $V = \pi r^2 \cdot h \approx \pi \cdot (5,57 \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm} \approx 1\,462 \text{ cm}^3$, eller $1,462$ liter.

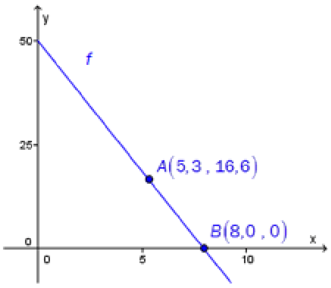
Svar: Cirka $1\,462 \text{ cm}^3 = 1,462$ liter.

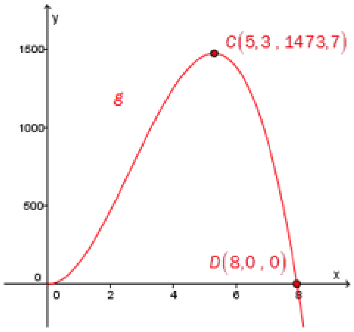
b)
Funksjonene f og g er gitt ved

$f(x) = 50 - 2\pi x$

$g(x) = \pi x^2 (50 - 2\pi x)$

Forklar hva de to funksjonene uttrykker om sammenhengen mellom blomsterpottenes radius, høyde og volum.





Løsningsforslag b)

Vi starter med funksjonen f. Vi skal forklare hvilken sammenheng $f(x)$ har med blomsterpottens størrelser. Fra forrige oppgave vet vi at hvis blomsterpotten har radius r (og dermed omkrets $2\,\pi r$), så har den høyde lik $50 - 2\,\pi r$. Gitt en eller annen radius r som blomsterpotten skal ha, må altså høyden være $50 - 2\,\pi r$. Det er nøyaktig det vi får når vi setter inn $x = r$ i formelen for $f(x)$. Derfor uttrykker $f(x)$ sammenhengen mellom blomsterpottens radius og høyde: Hvis x er radien i cm, så er $f(x)$ høyden i cm.

Vi fortsetter med funksjonen g. Som i forrige oppgave er det lurt å tolke x-en som blomsterpottens radius. Gitt dette, så er pottens høyde lik $50 - 2\,\pi x$, akkurat som over. Arealet til grunnflaten er videre πx^2, og hvis vi multipliserer pottens grunnflate med høyden, får vi volumet til blomsterpotten. Derfor er volumet gitt ved $\pi x^2 \cdot \left(50 - 2\,\pi x\right)$, og dette er nøyaktig uttrykket til funksjonen g. Med andre ord: Hvis x er pottens radius i cm, så er $g(x)$ pottens volum i cm^3.

Svar: Hvis x er en blomsterpottes radius, så er $f(x)$ pottens høyde og $g(x)$ pottens volum.

c)

Ovenfor har vi tegnet grafene til funksjonene f og g .

På hver graf har vi markert to punkter.

Hva kan du si om blomsterpottene som lages etter regelen ovenfor, ut fra grafene og de markerte punktene?

Løsningsforslag c)

I den første grafen ser vi at $f(5,3) = 16,6$ og $f(8) = 0$. Fra forrige oppgave, så vet vi at hvis x er radien til en blomsterpotte, så er $f(x)$ høyden. I dette tilfellet betyr det at hvis vi har en blomsterpotte med radius $5,3\ \mathrm{cm}$, så er potten $f(5,3) = 16,6\ \mathrm{cm}$ høy. Tilsvarende har vi at hvis vi lager en potte med radius $8\ \mathrm{cm}$, så må pottens høyde bli $f(8) = 0\,\mathrm{cm}$. Dette går ikke, så hvis vi følger den gitte regelen, så kan vi ikke lage blomsterpotter som har radius større eller lik $8\,\mathrm{cm}$.

Den andre grafen er grafen til g, og den sier at $g(5,3) = 1\,473,7$ og at $g(8) = 0$. Som før vet vi at hvis x er en blomsterpottes radius, så er $g(x)$ blomsterpottens volum, så en blomsterpotte med radius $5,3\,\mathrm{cm}$ gir et volum på $1\,473,7\,\mathrm{cm}^3 \approx 1,47\,\mathrm{L}$. Blomsterpotten har den samme radien som gir høyde $16,6\,\mathrm{cm}$ over. Det er denne radien som gir størst volum på blomsterpotten; det ser vi fordi punktet $(5.3, 1473.7)$ er et toppunkt til grafen. Til sist får vi fra punktet $(8.0, 0)$ at en blomsterpotte med radius $8\,\mathrm{cm}$ har volum på $0\,\mathrm{cm}^3$, som ikke er overraskende, siden vi over fant ut at en slik blomsterpotte må ha $0\,\mathrm{cm}$ i høyde også.

Svar: En blomsterpotte med radius $5,3\,\mathrm{cm}$ vil ha høyde $16,6\,\mathrm{cm}$ og volum $1\,473,7\,\mathrm{cm}^3 \approx 1,47\,\mathrm{L}$. Hvis vi følger regelen er det ikke mulig å lage en blomsterpotte med radius større eller lik $8\,\mathrm{cm}$.