www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

MAT0010 2016 VÅR

Eksamenstid:
5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut samtidig.

Del 1 skal du levere innen 2 timer.

Del 2 skal du levere innen 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1:
Ingen hjelpemidler er tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Hjelpemidler på Del 2:
Før Del 1 er levert inn, er ingen hjelpemidler tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Etter at Del 1 er levert inn, er alle hjelpemidler tillatt, med unntak av Internett eller andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte og forklaring:
Del 1 har 16 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene. Skriv med penn når du krysser av eller fører inn svar i Del 1.

Del 2 har 9 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene.

I regneruter skal du vise hvordan du kommer fram til svaret.

Ved konstruksjon skal du bruke passer, linjal og blyant.

Du skal ikke kladde på oppgavearkene. Bruk egne kladdeark.

På flervalgsoppgavene setter du bare ett kryss per spørsmål.

Eksempel:

Uttrykket $3 \cdot (1+2\cdot 2)^2$ har verdien:

35	50	62	75
○	○	○	⊗

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Vis hvordan du har kommet fram til svarene.

Før inn nødvendige mellomregninger. Skriv med penn.

I regnearkoppgaver skal du ta utskrift av det ferdige regnearket. Husk å vise hvilke formler du har brukt i regnearket.

Du skal levere utskriften sammen med resten av besvarelsen.

Dersom du bruker en digital graftegner, skal skala og navn på aksene være med på utskriften.

Veiledning om vurderingen:
Den høyeste poengsummen i Del 1 er 24 og den høyeste poengsummen i Del 2 er 36, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er kreativ og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Andre opplysninger: Kildelister for bilder, tegninger mv.:

- Hjelpemidler på Del 1 (Utdanningsdirektoratet)
- Elektron, sykkel (www.openclipart.com, 5.07.2016)
- Passer (www.freeimages.com, 5.07.2016)
- Euro, kodelås, bil (www.openclipart.co,. 5.07.2016)
- Italienske varmretter: www.ica.no (02.09.2015)
- «Det siste måltid»: www.philvaz.com (20.01.2016)
- «Den vitruviske mann»: www.world-mysteries.com (20.01.2016)
- Palazzo Vendramin-Calergi, Galilei, da Vinci og Fibonacci og andre illustrasjoner: Utdanningsdirektoratet
- Andre bilder, tegninger og figurer: Utdanningsdirektoratet

Del 1 uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng) Nettkode: E-4FV8

Regn ut

a)
$856 + 173 =$

Løsningsforslag a)

Vi setter opp tallene:

$$\begin{array}{r} 856 \\ +\,173 \\ \hline = \\ \hline \end{array}$$

Vi starter med enerplassen. Summen av 6 og 3 er 9, så vi setter 9 på enerplassen:

$$\begin{array}{r} 856 \\ +\,173 \\ \hline =9 \\ \hline \end{array}$$

Vi gjør det samme på tierplassen, men her ser vi at vi får 12 og da setter vi 2 på tierplassen og flytter 1 opp til hundrere:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 856 \\ +\,173 \\ \hline =29 \\ \hline \end{array}$$

Vi legger nå sammen alle hundrerne og får:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 856 \\ +\;\;173 \\ \hline =1029 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{1029}}$

b)
$701 - 129 =$

Løsningsforslag b)

Vi setter opp tallene over hverandre:

$$\begin{array}{rccc} & 7 & 0 & 1 \\ - & 1 & 2 & 9 \\ \hline = & & & \\ \hline \end{array}$$

Vi starter med enerplassen. 9 er større enn 1, så vi må 'veksle' en tier fra tierplassen. Da får vi stykket $11 - 9 = 2$, så:

$$\begin{array}{rccc} & & {\scriptstyle -1} & \\ & 7 & 0 & 1 \\ - & 1 & 2 & 9 \\ \hline = & & & 2 \\ \hline \end{array}$$

På tierplassen blir stykket nå $0 - 3$, siden 3 er større enn 0 må vi 'veksle' en hundrer fra hundreplassen.

$$\begin{array}{rccc} & {\scriptstyle -1} & {\scriptstyle -1} & \\ & 7 & 0 & 1 \\ - & 1 & 2 & 9 \\ \hline = & & 7 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Til slutt regner vi ut hva som skal stå på hundreplassen.

Svar: $\underline{\underline{572}}$

c)
$102 \cdot 98 =$

Løsningsforslag c)

Vi setter opp regnestykket:

$102 \cdot 98 =$

Vi multipliserer ett og ett siffer fra faktoren til høyre inn i faktoren til venstre. Vi starter med å multiplisere inn 8:

$$\begin{array}{r} 102 \cdot 98 = \\ \hline 816 \end{array}$$

Nå multipliserer vi 9 med faktoren til venstre. Setter en null under sifferet lengst til høyre, for å markere at vi har flyttet oss fra enerplassen til tierplassen:

$$\begin{array}{r} 102 \cdot 98 = \\ \hline 816 \\ +9180 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

Nå adderer vi tallene:

$$\begin{array}{r} 102 \cdot 98 = \\ \hline 816 \\ +9180 \\ \hline 9996 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{9996}}$

d)

$624 : 3 =$

Løsningsforslag d)

Vi setter opp stykket:

$624 : 3 =$

Vi ser på dividenden. Vi kan dividere 6 med 3 og vi får $6 : 3 = 2$. Vi skriver 2 i resultatet, og trekker fra 6:

$$\begin{array}{l} \;\; 624 : 3 = 2 \\ -\, 6\!\downarrow \\ \hline \;\; 02 \end{array}$$

Vi dividerer 2 med 3, og får 0. Vi tar ned siste siffer. Vi ser at $24 : 3 = 8$ og vi setter 8 i resultatet:

$$
\begin{array}{rccccl}
 & 6 & 2 & 4 & :3 = 208 \\
- & 6 & \downarrow & \downarrow & \\
\hline
 & 0 & 2 & & \\
 & - & 0 & & \\
\hline
 & & 2 & 4 & \\
 & - & 2 & 4 & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Svar: $\underline{\underline{208}}$

Oppgave 2 (1 poeng) Nettkode: E-4FVD

Gjør om

a)
$4\,550 \text{ mm} \;=\; \_\_\_\_\_ \text{ m}$

Løsningsforslag a)

$4550 \text{ mm} = 4550 \cdot 0{,}001 \text{ m} = 4{,}55 \text{ m}.$

Svar: $\underline{\underline{4550 \text{ mm er } 4{,}55 \text{ m}}}$.

b)
$0{,}8 \text{ kg} \;=\; \_\_\_\_\_ \text{ g}$

Løsningsforslag b)

$0{,}8 \text{ kg} = 0{,}8 \cdot 1000 \text{ g} = 800 \text{ g}$

Svar: $\underline{\underline{0{,}8 \text{ kg er } 800 \text{ g}}}$.

Oppgave 3 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FVO

Hvilket uttrykk har den **laveste** verdien?

- ☐ $(-3)^2$
- ☐ $\frac{20}{2+3}$
- ☐ $2+2^2$
- ☐ -2^2+6

Løsningsforslag

$$(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = 9$$

Neste uttrykk er lik:

$$\frac{20}{2+3} = \frac{20}{5} = 20:5 = 4$$

Nest siste uttrykk er det samme som:

$$2+2^2 = 2+2\cdot 2 = 2+4 = 6$$

Og siste uttrykk er lik:

$$-2^2+6 = -2\cdot 2+6 = -4+6 = 2$$

Svar: $\underline{\underline{-2^2+6}}$

Oppgave 4 (1 poeng) Nettkode: E-4FVY

Regn ut, og skriv svaret som en mest mulig forkortet brøk:

a)

$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} =$____

Løsningsforslag a)

Først lager vi felles brøkstrek og adderer

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6}$$

Så forkorter vi brøken:

$$\frac{3}{6} = \frac{3}{3 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Svar: $\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

b)

$\frac{4}{5} - 0{,}4 =$ ____

Løsningsforslag b)

$0,4$ er det samme som $\frac{4}{10}$. Fordi $10 = 5 \cdot 2$, er 10 fellesnevner.

Vi utvider brøken $\frac{4}{5}$ ved å multiplisere med 2 over og under brøkstreken, og subtraherer tellerne:

$$\frac{4}{5} - \frac{4}{10} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} - \frac{4}{10} = \frac{8-4}{10} = \frac{4}{10}$$

Så fortkorter vi brøken:

$$\frac{4}{10} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Svar: $\underline{\underline{\frac{1}{5}}}$

Oppgave 5 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FW1

Hvilket tall har den **høyeste** verdien?

- ☐ 0,9
- ☐ 0,10
- ☐ 0,89
- ☐ 0,1980

Løsningsforslag

ener		tidel	hundredel	tusendel	titusendel
0	,	9			
0	,	1	0		
0	,	8	9		
0	,	1	9	8	0

Vi sammenligner siffrene på tidelsplassen. Tallet med høyest verdi har siffer med høyest verdi på denne plassen. Det er derfor $0{,}9$.

(Legg merke til at $0,10$ og $0,1980$ har 1 på tidelsplassen. For å finne ut hvilket av disse har høyest verdi, ser vi på neste plass, hundredeler. Sifferet for hundredeler er 0 i $0{,}10$ og 9 i $0{,}198$. Derfor har $0,1980$ høyere verdi enn $0,10$.)

Oppsumert:

$$0,10 < 0,1980 < 0,89 < 0,9$$

Svar: $\underline{\underline{0{,}9}}$

Oppgave 6 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FW3

Massen til et elektron er ca.
$0{,}000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 91\ \text{kg}$

På standardform skriver vi dette tallet som

- ☐ $91 \cdot 10^{-33}\ \text{kg}$
- ☐ $91 \cdot 10^{32}\ \text{kg}$
- ☐ $9{,}1 \cdot 10^{31}\ \text{kg}$
- ☐ $9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

Løsningsforslag

Vi flytter komma til vi bare har ett siffer foran komma, og multipliserer med like mange tiere som antallet plasser vi flyttet komma. Men legg merke til at massen er veldig lite desimaltall og derfor multipliserer vi her med en negativ potens av 10.

Husk at for eksempel $3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 100 = 300$, mens $3 \cdot 10^{-2} = 3 \cdot 0,01 = 0,03$.

Vær lur og tell først alle nullene som står mellom komma og 91. Det er 30 av disse og derfor først skriver vi:

$$0,00000000000000000000000000000091 = 0,91 \cdot 10^{-30}$$

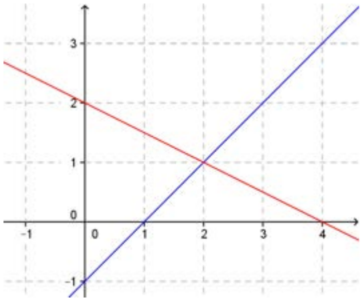
Men standardform betyr at tallet er mellom 0 og 10 og derfor er:

$$0,00000000000000000000000000000091 = 0,91 \cdot 10^{-30} = 9,1 \cdot 10^{-31}$$

Svar: $\underline{\underline{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}}$

Oppgave 7 (2 poeng) Nettkode: E-4FWD

Skriv funksjonsuttrykket til f og g



$f\,(x) =$ ____

$g\,(x) =$ ____

Løsningsforslag

Vi begynner med funksjonen $g(x)$ (den røde). Vi ser at grafen skjærer y- aksen i punktet $(0, 2)$. Dette betyr at $b = 2$ og vi kan derfor skrive $g(x) = ax + 2$. Grafen skjærer $x - aksen$ i punktet $(4, 0)$. Så når $g = 0$ er $x = 4$. Vi setter inn disse verdiene funksjonsuttrykket og løser likningen med hensyn på a: $a \cdot 4 + 2 = 0$

$$4a + 2 = 0$$

$$4a + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$4a = -2$$

$$a = -\frac{2}{4}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Da har vi at $g\big(x\big) = -\frac{1}{2}x + 2$.

På tilsvarende måte finner vi uttrykket for f (den blå). Vi vet at vi kan skrive f som $f(x) = ax + b$. vi må finne a og b. Her ser vi at f skjærer y - aksen i $(0, -1)$ og det betyr at $b = -1$ og $f(x) = ax - 1$. For å finne a, ser vi at grafen skjærer x-aksen i $(1, 0)$. Dette betyr at når $x = 1$ er $f = 0$. Da kan vi skrive dette som en likning:

$$a \cdot 1 - 1 = 0$$

$$a - 1 + 1 = 0 + 1$$

$$a = 1$$

Funksjonen $f(x) = 1 \cdot x - 1 = x - 1$.

Svar: $g\big(x\big) = -\frac{1}{2}x + 2$ og $f\,(x) = x - 1$

Oppgave 8 (1 poeng) Nettkode: E-4FWG

En sykkel koster $3\,500$ kr. Du får 20% rabatt (prisavslag).

Hvor mye koster sykkelen etter at rabatten er trukket fra prisen?

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

20% av 3500 kroner er det samme som

$$3500\text{ kr} \cdot 20\% = 3500\text{ kr} \cdot \frac{20}{100}$$

Vi vet at $\frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ og vi får da at

$$3500\text{ kr} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3500}{5}\text{ kr} = 700\text{ kr}$$

Dette betyr at prisavslaget var på 700 kroner. Derfor trekker vi det fra 3500 kr og vi får prisen som ble betalt for sykkelen: $3500\text{ kr} - 700\text{ kr} = 2800\text{ kr}$

Svar: 2800 kr

Oppgave 9 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FWK

Vi skal kaste én terning.

Sannsynligheten for at terningen vil vise 5 eller 6 øyne, er

- ☐ $\frac{1}{6}$
- ☐ $\frac{2}{6}$
- ☐ $\frac{5}{6}$
- ☐ $\frac{6}{6}$

Løsningsforslag

Totalt er det 6 mulige utfall. Vi skal ha 5 øyne eller 6 øyne, altså 2 gunstige ufall:

$$\mathrm{P}\left(5 \text{ øyne eller } 6 \text{ øyne}\right) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ALTERNATIV LØSNING

Sannsynligheten for å få 5 øyne er lik

$$\mathrm{P}\left(5 \text{ øyne}\right) = \frac{1}{6}$$

Tilsvarende gjelder for 6 øyne:

$$\mathrm{P}\left(6 \text{ øyne}\right) = \frac{1}{6}$$

Sannsynligheten for å få 5 eller 6 øyne er derfor:

$$\mathrm{P}\left(5 \text{ øyne}\right) + \mathrm{P}\left(6 \text{ øyne}\right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Svar: Sannsynligheten for å få 5 eller 6 øyne er $\frac{1}{3}$.

Oppgave 10 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FWN

Vi skal kaste to terninger.

Sannsynligheten for at terningene vil vise til sammen 10 øyne, er

- ☐ $\frac{1}{36}$
- ☐ $\frac{2}{36}$
- ☐ $\frac{3}{36}$
- ☐ $\frac{10}{36}$

Løsningsforslag

Husk at

$$\text{Sannsynlighet} = \frac{\text{Antall gunstige utfall}}{\text{Antall mulige utfall}}$$

Hvilke kast gir oss en sum på 10? Jo, $4+6$, $6+4$ og $5+5$.

Sannsynligheten for å få 4 øyne og 6 øyne er lik:

$\mathrm{P}\left(4+6\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Tilsvarende får vi at

$\mathrm{P}\left(6+4\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Og sannsynligheten for den siste muligheten er

$\mathrm{P}\left(5+5\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Derfor er sannsynligheten for tilsammen å få 10 øyne lik:

$\mathrm{P}\left(10\right) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Svar: Sannsynligheten for at terningene vil vise tilsammen 10 øyne er $\frac{1}{12}$.

Oppgave 11 (1,5 poeng) Nettkode: E-4FWQ

Løs likningene

a)
$4x - 3 = x$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Vi begynner med å trekke fra $4x$ på begge sider av likhetstegnet og på denne måten samler vi alle ledd med x på høyresiden av likningen:

$$4x - 3 = x$$

$$4x - 3 - 4x = x - 4x$$

$$-3 = -3x$$

For å få den ukjente x alene på høyresiden av likhetstegnet, dividerer vi med -3 alle ledd på begge sider av likningen og forkorter:

$$\frac{-3}{-3} = \frac{-3x}{-3}$$

$$1 = x$$

Sett likningen på prøve med $x = 1$ for å forsikre deg om at svaret er riktig:

Venstresiden: $4x - 3 \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot 1 - 3 = 4 - 3 = 1$

Høyresiden: $x \quad \Rightarrow \quad 1$

Venstresiden $=$ Høyresiden

Svar: $\underline{\underline{x = 1}}$

b)
$\frac{x-1}{2} - x = 3$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Vi begynner med å multiplisere hele likningen (alle ledd på begge sider) med 2 slik at vi kan forkorte og slippe og regne med brøker:

$$\frac{x-1}{2} - x = 3$$

$$\frac{x-1}{2} \cdot 2 - x \cdot 2 = 3 \cdot 2$$

Vi forkorter og får at:

$$x - 1 - 2x = 6$$

Vi trekker sammen ledd med den ukjente og legger til 1 på begge sider av likningen:

$$-x - 1 + 1 = 6 + 1$$

$$-x = 7$$

For å få den ukjente alene på venstresiden, må vi multiplisere med -1 (husk begge sider av likningen):

$$-x \cdot (-1) = 7 \cdot (-1)$$

$$x = -7$$

Vi setter svaret på prøve med $x = -7$.

Venstresiden: $\frac{x-1}{2} - x \quad \Rightarrow \quad \frac{-7-1}{2} - \left(-7\right) = -4 + 7 = 3$

Høyresiden: 3

Venstresiden $=$ Høyresiden

Svar: $\underline{\underline{x = -7}}$

Oppgave 12 (1,5 poeng) Nettkode: E-4FWT

Skriv så enkelt som mulig

a)

$-a + 2a + 3a$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

$$-a + 2a + 3a = a(-1 + 2 + 3) = 4a$$

Svar: $\underline{\underline{4a}}$

b)

$\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Når vi har to tallbrøker som ikke har fellesfaktorer, finner vi fellesnevneren ved å multiplisere sammen nevnere. Det samme gjør vi her. Fellesnevneren er derfor $(a-1)(a+1)$. Vi utvider brøkene før vi setter dem på fellesbrøkstrek:

$\frac{1}{(a-1)} - \frac{1}{(a+1)} = \frac{1 \cdot (a+1)}{(a-1)(a+1)} - \frac{1 \cdot (a-1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{(a+1)}{(a-1)(a+1)} - \frac{(a-1)}{(a-1)(a+1)}$

Nå setter vi det på fellesbrøkstrek og trekker sammen:

$$\frac{(a+1)-(a-1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{a+1-a+1}{(a-1)(a+1)} = \frac{2}{(a-1)(a+1)}$$

På fellesnevneren kan vi bruke konjugatsetningen og derfor skrive brøken som:

$$\frac{2}{a^2-1}$$

Svar: $\underline{\underline{\frac{2}{a^2-1}}}$

Oppgave 13 (1 poeng) Nettkode: E-4FWW

En pose inneholder 6 kg hundekjeks. En hund spiser i gjennomsnitt $0{,}2 \text{ kg}$ hundekjeks per dag.

Hvor mange dager varer posen med hundekjeks? Vis utregningen din.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Hundekjeks i en pose: 6 kg

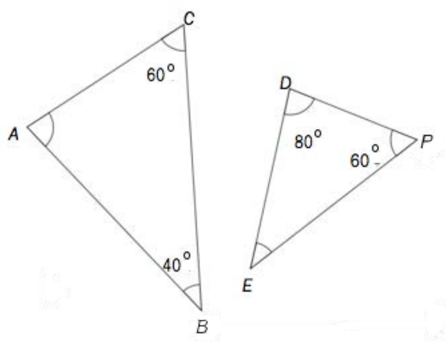
En hund spiser i snitt: $0,2$ kg

Antall dager en pose varer: 6 kg : $0,2$ kg$=30$

Svar: 30 dager

Oppgave 14 (0,5) Nettkode: E-4FX0

Hvilken påstand er riktig om trekantene som er tegnet?



- ☐ ΔABC er en likesidet trekant
- ☐ ΔDEF er en likebent trekant
- ☐ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (kongruente trekanter)
- ☐ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (formlike trekanter)

Løsningsforslag

I en likesidet trekant er alle tre vinklene like store, altså 60 grader. Trekantene er ikke likesidet.

I en likebeint trekant er de to vinklene som står ovenfor de likebeinte sidene like store, mens den tredjevinkelen er forskjellig fra de to andre. Trekantene er ikke likebeinte.

To trekanter er kongruente når de er formlike og like store. Trekantene er ikke like store og derfor er de heller ikke kongruente.

To trekanter er formlike hvis de har nøyaktig samme form, men ikke nødvendigvis størrelse. Vinkelsummen i en trekant er 180 grader. Derfor er $\angle A = 180 - 40 - 60 = 80$ grader. Vi vet også med en gang at $\angle E = 40$. Du kan regne den ut på samme måte som vi fant $\angle A$, men det er ikke nødvendig. Bare se at trekanten EFD har to like vinkler med trekanten ABC og dermed må den siste vinkelen også være like stor. Dette forteller oss også at trekantene er formlike.

Svar: Trekantene er formlike (alternativ 4).

Oppgave 15 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FX3

Et tog går fra Oslo kl. 22.46. Toget er framme i Trondheim kl. 06.34 morgenen etter.

Da har toget brukt ____ h ____ min

Løsningsforslag

Toget drar fra Oslo kl.22.46.

Til kl.23 bruker toget 14 minutter og frem til midnatt bruker det tilsammen 1 time og 14 minutter. Fra midnatt til kl.06.34 er det 6 timer og 34 minutter.

Vi legger sammen og får at det er 7 timer og 48 minutter toget bruker fra Oslo til Trondheim

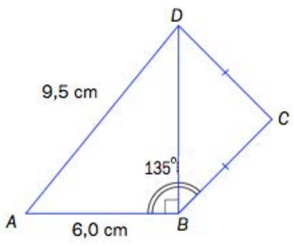
Svar: Da har toget brukt 7 timer og 48 minutter.

Oppgave 16 (2 poeng) Nettkode: E-4FX8

Nedenfor ser du en hjelpefigur med følgende mål:

$AB = 6{,}0\ \text{cm}$, $AD = 9{,}5\ \text{cm}$, $\angle ABD = 90^\circ$

$\angle ABC = 135^\circ$ og $BC = BD$



Konstruer figuren.

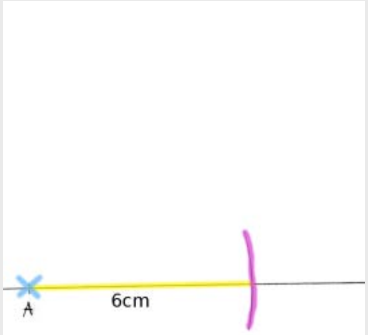
Løs oppgaven her

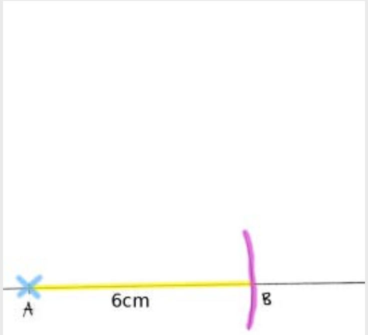
Løsningsforslag

Konstruksjonsforklaring:

1. Vi markerer et punkt A på en rett linje, og setter av et punkt B $6{,}0\ \text{cm}$ fra A.
2. Vi konstruerer 90° i B på *høyre* side av punktet, og halverer vinkelen.
3. Vi slår en sirkel med radius $9{,}5\ \text{cm}$ om punktet A , og kaller punktet der sirkelen møter vinkelbenet til B for D .
4. Vi onstruerer 90° i D og halverer vinkelen.
5. Vi setter av punktet C der vinkelbena til B og D møtes.

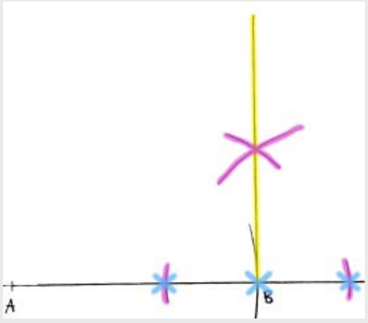
Nedenfor viser vi skritt for skritt hvordan figuren er konstruert. I din eksamensbesvarelse vil alle trinnene bli vist i en og samme figur. Sett passerspissen i det blå krysset, slå de lilla linejene med passere og trekk de gule linjene med blyant og linjal.

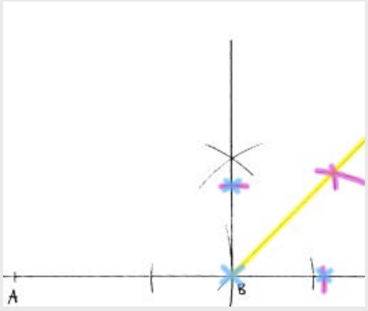




1. Vi markerer et punkt $6{,}0\ \mathrm{cm}$ fra punktet A.

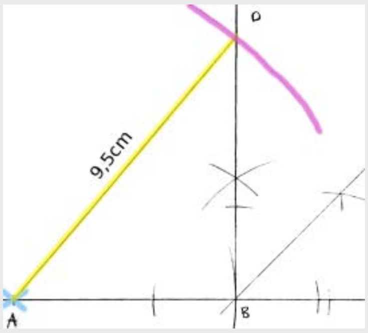
2. Vi kaller punktet for B.

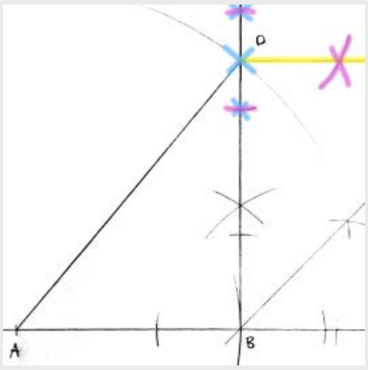




3. Vi konstruerer 90°i B.

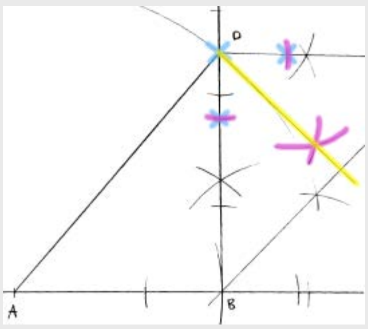
4. Vi halverer vinkelen.

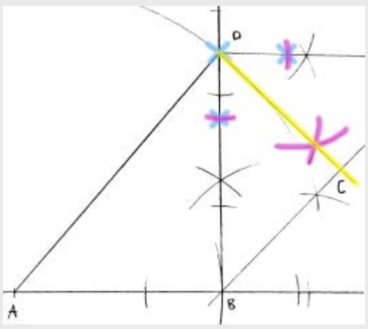




5. Vi slår en sirkel med radius $9{,}5\ \mathrm{cm}$ om punktet A og kaller skjæringspunktet D.

6. Vi konstruerer 90° i D.





7. Vi halverer vinkelen.

8. Vi kaller punktet der vinkelbena møtes C.

Oppgave 17 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FXA

Hvis $A = \frac{g \cdot h}{2}$, da er:

- ☐ $h = 2 \cdot A \cdot g$
- ☐ $h = \frac{2 \cdot g}{A}$
- ☐ $h = \frac{A}{2 \cdot g}$
- ☐ $h = \frac{2 \cdot A}{g}$

Løsningsforslag

Vi ser på uttrykket

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

som en likning. Derfor multipliserer vi begge sider med 2:

$$A \cdot 2 = \frac{g \cdot h}{2} \cdot 2$$

Vi forkorter og får at:

$$2A = g \cdot h$$

Vi skal ha h alene på en side og derfor dividerer vi begge sider med g:

$$\frac{2A}{g} = \frac{g \cdot h}{g}$$

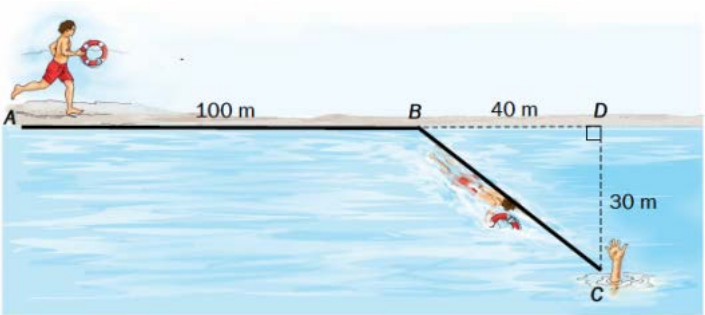
Vi forkorter og får at:

$$\frac{2A}{g} = h$$

Svar: $\underline{\underline{h = \frac{2 \cdot A}{g}}}$

Oppgave 18 (2 poeng) Nettkode: E-4FXH

En badevakt løper fra A til B og svømmer videre fra B til C for å hjelpe en person i nød. Se skissen nedenfor.



a)

Vis ved regning at $BC = 50\ \mathrm{m}$.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Ifølge Pytagoras læresetning er $BD^2 + CD^2 = BC^2$.

Vi setter inn og får at:

$BC^2 = 40^2 + 30^2$

$BC = \sqrt{1600 + 900}$

$BC = \sqrt{2500}$

$BC = 50$

Svar: $\underline{\underline{BC = 50}}$

b)

Badevakten løper i $20\ \mathrm{s}$ og svømmer i $1\ \mathrm{min}$. Regn ut forholdet mellom farten han har når han løper, og farten han har når han svømmer.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Farten er lik avstanden dividert på tiden.

Badevakten løper fra A til B som utgjør 100 meter. Tiden han bruker på denne avstanden er 20 sekunder. Derfor er farten hans når han løper lik:

$\frac{100\text{ m}}{20\text{ s}} = 5\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}}$

Badevakten svømmer avstanden BC og bruker 1 minutt, altså 60 sekunder. Derfor er farten hans når han svømmer lik:

$\frac{50\text{ m}}{60\text{ s}} = \frac{5}{6}\,{}^{\text{m}}\!/_{\text{s}}$

Forholdet mellom farten når han løper og farten når han svømmer er det samme som:

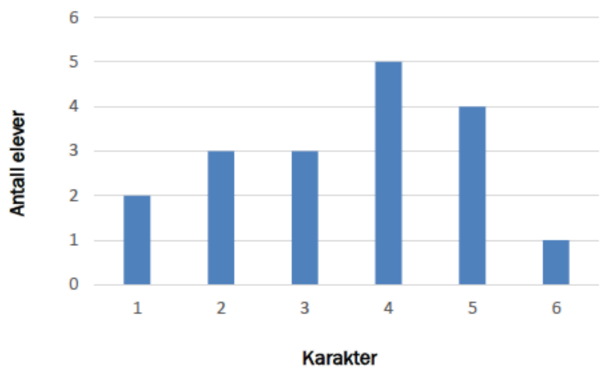
$$\frac{\text{løpefart}}{\text{svæmmefart}} = \frac{5}{\frac{5}{6}} = \frac{30}{5} = 6$$

Forholdet er derfor $6:1$.

Svar: $\underline{\underline{6:1}}$

Oppgave 19 (2,5 poeng) Nettkode: E-4FXM

På en matematikkprøve fordeler karakterene seg slik i en klasse med 18 elever:



a)

Typetallskarakteren er _____.

Løsningsforslag a)

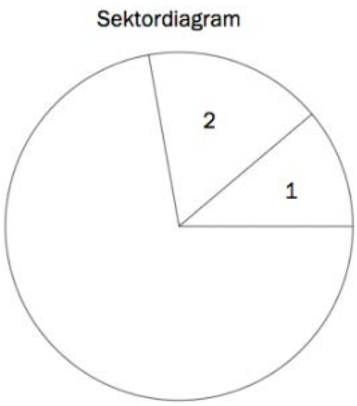
Vi leser av diagrammet at den høyeste stolpen er den som gir hva størst antall elever fikk. Den høyeste stolpen er karakteren 4.

Svar: 4

b)

Gjør beregninger, og fyll inn det som mangler i tabellen nedenfor.

Lag ferdig sektordiagrammet som viser karakterfordelingen i klassen.



Karakter	Grader for sektor
1	40°
2	60°
3	
4	
5	
6	

Løsningsforslag b)

1 elev er det samme som $360 : 18 = 20$ grader. Vi kan også finne dette ut i fra tabellen siden det står at karakter 1 svarer til 40 grader og vi ser at det er 2 elever som fikk karakter 1. Karakter 3 var det 3 elever som fikk og derfor svarer det til $3 \cdot 20 = 60$ grader.

Karakter 4 var det 5 elver som fikk og det er det samme som $5 \cdot 20 = 100$ grader.

Karakter 5 var det 4 elever som fikk og det er det samme som $4 \cdot 20 = 80$ grader.

Karakter 6 fikk 1 elev og det er 20 grader.

Karakter 2 og 3 skal være like store på sektrodiagrammet. Karakter 4 skal være størst, mens karakter 6 skal være minst. Vi vet også at karakter 1, 2, 3 og 6 utgjør halvparten av sirkelen, mens 4 og 5 er den andre halvparten.

Karakter	Grader for Sektor
1	40°
2	60°
3	60°
4	100°
5	80°
6	20°

c)
Gjennomsnittskarakteren er _____ .

Løsningsforslag c)

Vi legger sammen alle karakterene:

$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 6 = 63$

Gjennomsnittskarakteren er derfor:

$$63 : 18 = 3,5.$$

Svar: $3{,}5$

Oppgave 20 (0,5 poeng) Nettkode: E-4FXX

Den korteste avstanden mellom Bergen og Oslo er ca. $300\ \mathrm{km}$ (i luftlinje).

På et kart er denne avstanden $2{,}0\ \mathrm{cm}$.

Målestokken for dette kartet er

- ☐ $1 : 30\ 000$
- ☐ $1 : 150\ 000$
- ☐ $1 : 3\ 000\ 000$
- ☐ $1 : 15\ 000\ 000$

Løsningsforslag

Målestokken er oppgitt i centimeter. Og avstanden på kartet er $2,0$ cm. 300 km er det samme som $300 \cdot 100000$ cm og det er det samme som 30000000 cm. Dette betyr at 1 cm er det samme som $30000000 : 2$ cm og dette gir oss målestokk $1 : 15000000$.

Svar: $\underline{\underline{1 : 15000000}}$

Oppgave 21 (2 poeng) Nettkode: E-4FY0

En hermetikkboks har tilnærmet form som en sylinder (med topp og bunn).

Regn ut overflaten av hermetikkboksen. Du kan bruke at $\pi \approx 3$.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Diameteren for bunn og topp er $20,0$ cm. Dette gir radius lik $10,0$ cm. Da er arealet til topp og bunn lik: $A_1 = \pi r^2 \cdot 2 \approx 3 \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 2 = 600 \text{ cm}^2$

Arealet av et rektangel er høyden multiplisert med bredden. Her er høyden $h = 24 \text{ cm}$ og bredden er omkretsen av hermetikkboksen, $b = O = 2 \cdot \pi \cdot r$.

$$A_2 = h \cdot b = h \cdot O = \left(2 \cdot \pi \cdot r \cdot 24\right) \text{ cm}^2 = 1440 \text{ cm}^2$$

Overflaten av sylinderen er $A_1 + A_2$:

$$A = \left(600 + 1440\right) \text{ cm}^2 = 2040 \text{ cm}^2 = 20{,}40 \text{ dm}^2$$

Svar: $\underline{\underline{2040 \text{ cm}^2 \text{ eller } 20{,}40 \text{ dm}^2}}$.

Del 2 med hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng) Nettkode: E-4FYE

I denne oppgaven ser vi bort fra vekslingsgebyr.

a)
En familie skal reise til Italia. En dag kjøper familien disse eurosedlene i en norsk bank:

1 € (euro) koster 9,3165 norske kroner i banken.

Hvor mange norske kroner betaler familien for eurosedlene?

Løsningsforslag a)

La oss se på denne skritt for skritt.

Vi adderer de ulike sedlene og finner ut at familien kjøpte:

$(10 + 20 + 50 + 100 + 200 + 500)$ euro

Tilsammen er dette lik 880 euro.

Vi vet at 1 euro koster $9,3165$ NOK og derfor koster 880 euro

$(880 \cdot 9,3165)\ \text{NOK} = 8198,52\ \text{NOK}$

Svar: $\underline{\underline{8199\ \text{NOK}}}$

b)
En valutakalkulator på Internett viser at du får 1389,78 € for 13 000 norske kroner.

Hvor mye koster 1 € ifølge valutakalkulatoren?

Løsningsforslag b)

Vi vet at $1389,78$ euro $= 13\,000$ NOK

Ser vi på dette som en likning, vet vi at vi får euro alene hvis vi dividerer med $1389,78$ begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{1389{,}78\ \text{EUR}}{1389{,}78} = \frac{13\,000\ \text{NOK}}{139{,}78}$$

$1\ \text{EUR} = 9,353998$ NOK

Svar: $\underline{\underline{1\ \text{EUR} = 9,353998\ \text{NOK}}}$

Oppgave 2 (8 poeng) Nettkode: E-4FYM

a)

Familien bruker kofferter med kodelås. Koden består av fire sifre fra 0 til 9.

Hvor mange forskjellige koder kan familien lage med en slik kodelås?

Løsningsforslag a)

I en kodelås med fire sifre gir hvert siffer ti muligheter og derfor vil vi til sammen ha:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot = 10^4 = 10000$$

mulige kombinasjoner.

Svar: Det er $10\,000$ mulige kombinasjoner.

b)

Far har glemt koden til sin kodelås. Han husker at to av sifrene er 7, og at de to andre sifrene er 3, men han husker ikke rekkefølgen.

Skriv opp de ulike kombinasjonene.

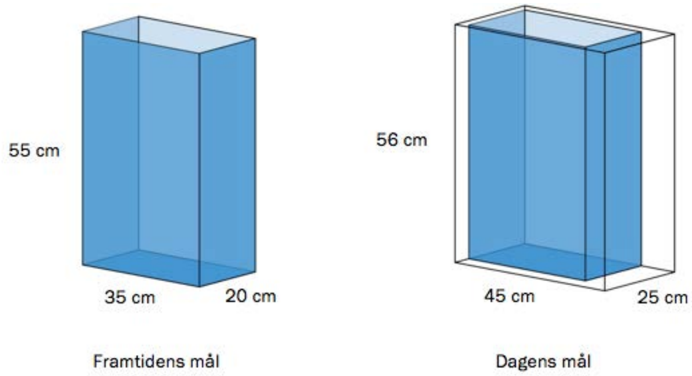
Løsningsforslag b)

For å finne mulige kombinasjoner med disse sifrene, skriver vi disse i alle mulige ulike rekkefølge.

Svar: De mulige kombinasjonene er

$$3377$$
$$3737$$
$$3773$$
$$7373$$
$$7733$$
$$7337$$

c)
I framtiden kan målene på tillatt håndbagasje på fly bli mindre.



Bestem volumet av håndbagasjen etter framtidens mål og etter dagens mål.

Løsningsforslag c)

Framtidens håndbagasjen er en prisme med høyde 55 cm, bredde 35 cm og dybde 20 cm. Volumet er lik

$$V_{framtidens} = h \cdot b \cdot l = (55 \cdot 20 \cdot 35)\ \text{cm}^3 = 38500\ \text{cm}^3 = 38{,}5\ \text{dm}^3 \quad .$$

Dagens håndbagasje er en prisme med høyde 56 cm, bredde 25 cm og dybde 45 cm. Volumet er lik

$$V_{dagens} = h \cdot b \cdot l = (56 \cdot 25 \cdot 45)\ \text{cm}^3 = 63000\ \text{cm}^3 = 63\ \text{dm}^3 \quad .$$

Svar: Volum av håndbagasjen etter framtidens mål er $38{,}5\ \text{dm}^3$ mens dagens er $63\ \text{dm}^3$.

d)
Avisen Aftenposten skriver at endringen av målene betyr at største tillatte volum for håndbagasje vil bli nesten $40\,\%$ mindre enn i dag.

Kontroller om det stemmer.

Løsningsforslag d)

Framtidens er $38\ 500\ \mathrm{cm}^3$, mens dagens er $63\ 000\ \mathrm{cm}^3$. I prosent er dette

$\frac{38500 \cdot 100\,\%}{63000} = 61,1\%$

Framtidens volum av håndbagasjen er det samme som 61% av dagens. Dette betyr at den største tillatte volum i framtidens volum minker med rundt 40%.

Svar: Det stemmer at framtidens tillatte volum for håndbagasje er nesten $40\,\%$ mindre enn i dag.

Oppgave 3 (4 poeng) Nettkode: E-4FYT

Familien leier en bil i Venezia, og planlegger å kjøre disse tre strekningene i Italia:

Venezia–Firenze	287 km
Firenze–Pisa	83 km
Pisa–Roma	371 km

a)

Bilen bruker i gjennomsnitt $0{,}45\ \mathrm{L}$ bensin per mil. Bensinprisen er 1,65 € per liter.

Hvor mange euro koster bensinen til sammen hvis familien bare kjører de tre strekningene som er vist ovenfor?

Løsningsforslag a)

Den totale strekningen er:

$$(287 + 83 + 371)\ \mathrm{km} = 741\ \mathrm{km}$$

Bilen bruker i gjennomsnitt $0,45$ L bensin per mil. Før vi kan finne det totale bensinforbruket for turen, gjør vi først om den totale strekningen til mil:
$741 : 10 = 74,1$ mil

Det totale bensinforbruket er: $74,1\ \mathrm{mil} \cdot 0,45\ \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{mil}} = 33,345\ \mathrm{L}$

Prisen per liter er $1,65$ euro og den totale prisen er derfor:

$$33,345\ \mathrm{L} \cdot 1,65\ \frac{\mathrm{EUR}}{\mathrm{L}} = 55,03\ \mathrm{EUR}$$

Svar: Bensinen for alle tre strekningene koster $55{,}03\ \mathrm{EUR}$.

b)

Familien kjører mer enn de tre strekningene. Leie av bilen koster 640 € pluss 0,35 € per kilometer. Når ferien er slutt, betaler familien til sammen 948 € for leie av bilen.

Hvor mange kilometer har familien faktisk kjørt?

Løsningsforslag b)

Prisen for antall tilbakelagte kilometer:

$$948 - 640 = 308$$

Vi vet at de betaler $0,35$ euro per kilometer. Derfor er antall tilbakelagte kilometer lik:

$$308 : 0,35 = 880$$

km

Svar: Familien har faktisk kjørt $\underline{\underline{880 \text{ km.}}}$

ALTERNATIV LØSNING

Vi setter det opp som en likning. Vi vet at prisen de betalte er lik billeien pluss antall kilometer multiplisert med prisen per kilometer. Vi kaller antall kilometer for x og skriver:

$$948 = 640 + 0,35x$$

Dette er en linær likning med en ukjent. Vi trekker først fra 640 på begge sider av likhetstegnet og deretter dividerer med $0,35$ på begge sider av likhetstegnet:

$$948 - 640 = 640 + 0,35x - 640$$

$$308 = 0,35x$$

$$\frac{308}{0{,}35} = \frac{0{,}35x}{0{,}35}$$

$$x = \frac{308}{0{,}35}$$

$$x = 880$$

Oppgave 4 (4 poeng) - REGNEARK Nettkode: E-4FYY

I Firenze møter familien Gina, som er servitør på en restaurant. En del av lønnen hennes er bestemt av hvor mye hun selger av tre typer varmretter. For hver av disse tre varmrettene får Gina en viss prosent av salgsinntekten som lønn.

Nedenfor ser du: pris per porsjon, antall porsjoner som Gina selger og hvor mange prosent av salgsinntektene Gina får i lønn for hver av de tre varmrettene en bestemt dag.

Penne arrabiata

Pris per porsjon: 8 €
Antall porsjoner: 12
Lønn: 8 %

Pasta bolognese

Pris per porsjon: 10 €
Antall porsjoner: 30
Lønn: 10 %

Stracotto

Pris per porsjon: 15 €
Antall porsjoner: 25
Lønn: 6 %

a)
Bruk regneark til å vise at Gina får til sammen 60,18 € i lønn for salget av varmrettene denne dagen. Vis hvilke formler du har brukt.

	A	B	C	D	E	F
1	**Varmrett**	**Pris per porsjon (euro)**	**Antall porsjoner**	**Salgsinntekt (euro)**	**Prosent**	**Lønn (euro)**
2	Penne arrabiata					
3	Pasta bolognese					
4	Stracotto					
5	**Sum**					

Løsningsforslag a)

Regneark

	A	B	C	D	E	F
1	Varmrett	Pris per porsjon (euro)	Antall porsjoner	Salgsinntekt (euro)	Prosent	Lønn (euro)
2	Penne arabiata	8	12	=C2*B2	0.08	=D2*(E2)
3	Pasta bolognese	10	30	=B3*C3	0.1	=D3*(E3)
4	Stracotto	15	25	=B4*C4	0.06	=D4*(E4)
5	Sum					60.18
6						

Svar:

Regneark

	A	B	C	D	E	F
1	Varmrett	Pris per porsjon (euro)	Antall porsjoner	Salgsinntekt (euro)	Prosent	Lønn (euro)
2	Penne arabiata	8	12	96	0.08	7.68
3	Pasta bolognese	10	30	300	0.1	30
4	Stracotto	15	25	375	0.06	22.5
5	Sum					60.18
6						

b)

En annen dag selger Gina 14 porsjoner penne arrabiata, 25 porsjoner pasta bolognese og 21 porsjoner stracotto. Prisene og prosentene er uendret.

Bruk regnearket til å bestemme hvor mye Gina får i lønn til sammen denne dagen.

Løsningsforslag b)

	A	B	C	D	E	F
1	Varmrett	Pris per porsjon (euro)	Antall porsjoner	Salgsinntekt (euro)	Prosent	Lønn (euro)
2	Penne arabiata	8	14	112	0.08	8.96
3	Pasta bolognese	10	25	250	0.1	25
4	Stracotto	15	21	315	0.06	18.9
5	Sum					52.86
6						

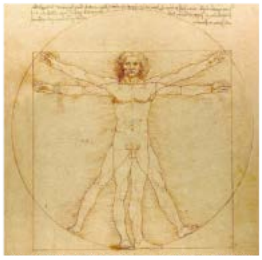
Svar: Hun tjener $52,8$ euro.

Oppgave 5 (4 poeng) Nettkode: E-4FZB

I nærheten av Firenze ble kunstneren og vitenskapsmannen Leonardo da Vinci født.

To av hans mange berømte kunstverk «Det siste måltid» og «Den vitruviske mann».

«Det siste måltid» (Vedlegg 1)

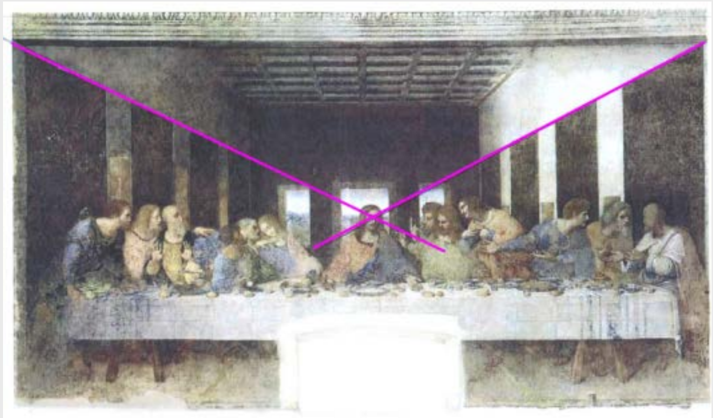


«Den vitruviske mann» (Vedlegg 2)

Vedlegg 1 og 2 finner du i høyrespalten. Bruk disse til å besvare spørsmålene under. (Vedleggene måtte leveres inn som en del av besvarelsen.)

a)
Bruk vedlegg 1. Tegn perspektivlinjer. Marker hvor forsvinningspunktet på kunstverket er.

Løsningsforslag a)



Som vi kan se, krysser de to rette linjene hverandre midt i ansiktet i midten av illustrasjonen. Dette punktet er forsvinningspunktet.

Svar: Forsvinningspunktet er punktet der de to linjene krysser hverandre - midt i ansiktet.

b)

Bruk vedlegg 2. Ta mål av mannen når han står med bena samlet og armene rett ut, og avgjør om disse påstandene er riktige:

1. Lengden fra langfingertupp til langfingertupp (armspennet) er lik høyden til mannen.
2. Lengden av en hånd er lik $\frac{1}{10}$ av høyden til mannen.
3. Lengden fra albuen til langfingertuppen er lik $\frac{1}{5}$ av høyden til mannen.
4. Forholdet mellom lengden av en fot og høyden til mannen er $1 : 7$.

Løsningsforslag b)

Vi måler og finner ut følgende:

Høyden til mannen er lik $13,0$ cm. Lengden til armspenne er også $13,0$ cm. Påstanden er riktig.

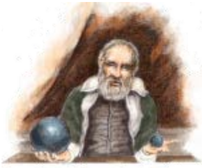
Lengden til hånden er $1,3$ cm, mens $\frac{1}{10}$ av høyden til mannen svarer til $1{,}3\ \text{cm}$. Påstanden stemmer.

Lengden fra albuen til langfingertuppen er $3,3$ cm. Mens $\frac{1}{5}$ av høyden er lik $\frac{1}{5} \cdot 13 = 2{,}6$ cm. Påstanden er ikke riktig.

Lengden til foten er $1{,}8$ cm. Dette gir at $13 : 1{,}8 = 7{,}22$ og forholdet er tilnærmet lik $1 : 7$.

Svar: Påstandene 1, 2 og 4 stemmer.

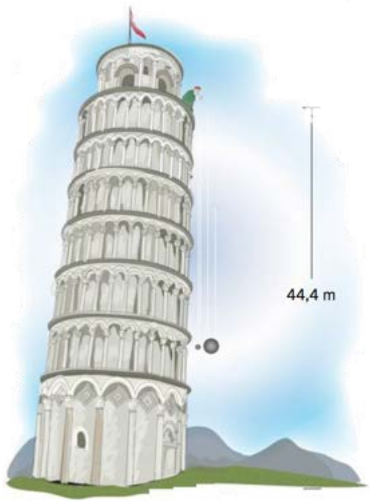
Oppgave 6 (4 poeng) Nettkode: E-4FZO


Galileo Galilei (1564–1642)

Familien stopper ved Det skjeve tårn i Pisa.

Det blir fortalt at Galileo slapp tunge blykuler fra den laveste siden av tårnet.

Hele fallhøyden er 44,4 m. Se figuren nedenfor.



Hvis vi slipper en kule fra toppen og ser bort fra luftmotstanden, vil kulen falle h meter på

t sekunder. Galileo viste at

$h = 4{,}9t^2$

a)
Vi setter $h = 44{,}4\ \mathrm{m}$. Vis ved regning at det tar ca. $3\ \mathrm{s}$ fra vi slipper kulen til den treffer bakken.

Løsningsforslag a)

Vi viser begge løsningsmetoder, så husk å se på alternativ løsning under.

Vi setter inn 3 for t i uttrykket:

$$h = 4,9t^2$$

$$h = 4,9 \cdot 3^2$$

$$h = 4,9 \cdot 9$$

$$h = 44,1$$

Svar: Vi har derfor vist at kula treffer bakken etter 3 s.

ALTERNATIV LØSNING

Vi setter inn $44,4$ for h og løser likningen med hensyn på t:

$$h = 4,9t^2$$

$$44,4 = 4,9t^2$$

Vi dividerer med 4,9 begge sider av likningen:

$\frac{44,4}{4,9} = \frac{4,9t^2}{4,9}$

$$\frac{44,4}{4,9} = t^2$$

Nå tar vi roten på begge siden av likhetstegnet:

$$\sqrt{\frac{44,4}{4,9}} = \sqrt{t^2}$$

$$\sqrt{\frac{44,4}{4,9}} = t$$

$$t = 3,01$$

b)
Vis ved regning at kulen faller ca. $25\ \mathrm{m}$ i løpet av det siste sekundet.

Løsningsforslag b)

Vi setter inn 2 for t:

$h = 4,9t^2$

$h = 4,9 \cdot 2^2$

$h = 4,9 \cdot 4$

$h = 19,6$

Den totale høyden er $44,4$ og derfor er avstanden det siste sekundet likt:

$44,4\ \mathrm{m} - 19,6\ \mathrm{m} = 24,8\ \mathrm{m}$

Svar: Herved har vi vist at kula faller ca. $25\ \mathrm{m}$ i løpet av det siste sekundet.

Oppgave 7 (4 poeng) - GRAFTEGNER Nettkode: E-4FZS

Galileo viste at kanonkuler går i en bane som vi kaller en parabel. Se skissen nedenfor.

Banen til en kanonkule kan beskrives ved hjelp av funksjonen h gitt ved

$$h\left(x\right) = -0{,}01x^2 + x + 20$$

Her viser $h\left(x\right)$ hvor mange meter kanonkulen er over havet når den har kommet x meter fra

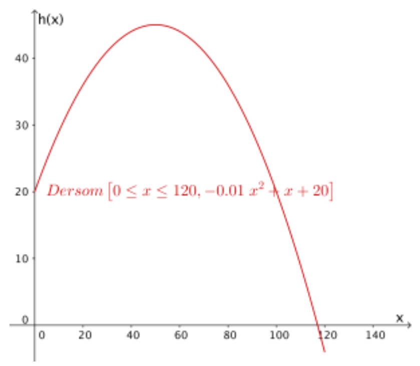
kanonen, målt langs havoverflaten.

a)
Bruk graftegner til å tegne grafen til h for x-verdier fra og med 0 til og med 120.

Løsningsforslag a)

Vi skriver inn i Geogebra: Funksjon[$-0{,}01x^2 + x + 20$, 0, 120]

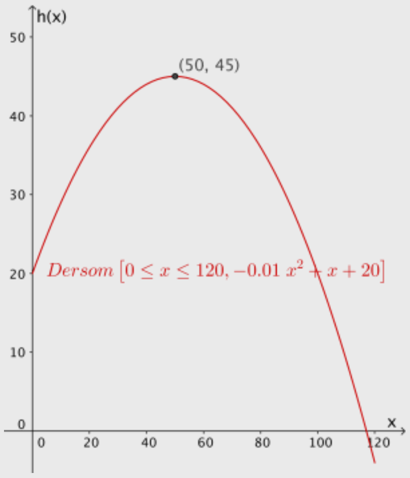
Svar:



b)
Bruk graftegner til å bestemme hvor høyt over havet kanonkulen er på sitt høyeste.

Løsningsforslag b)

Vi skriver inn i Geogebra: Ekstremalpunkt[$-0{,}01x^2 + x + 20$, 0, 120]



Svar: Etter 50 meter er kanonkulen 45 meter over havet.

Oppgave 8 (4 poeng) Nettkode: E-4FZX

Fibonacci-tallene har fått navn etter Leonardo Fibonacci fra Pisa (ca. 1170–ca. 1250).

Fibonacci-tallene er en tallfølge der de to første tallene er 1. Hvert av de neste tallene er summen av de to tallene foran:

$1+1=2\ ,\ 1+2=3\ ,\ 2+3=5\ ,\ 3+5=8$

og så videre.

De åtte første Fibonacci-tallene er

$1\ ,1\ ,2\ ,3\ ,5\ ,8\ ,13\ ,21$

a)
Skriv opp de neste fire Fibonacci-tallene i tallfølgen ovenfor.

Løsningsforslag a)

De neste fire Fibonacci-tallene finner vi ved å legge sammen de to siste tallene i tallfølgen og slik fortsetter vi:

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

$$55+89=144$$

Svar: De neste fire tallene er $34,\ 55,\ 89$ og $144.$

b)
I tallfølgen nedenfor er de to første leddene a og b. Hvert av de neste leddene er summen av de to leddene foran.

$a\ ,\ b\ ,\ a+b\ ,\ a+2b\ ,\ 2a+3b\ ,\ 3a+5b\ ,\ \ldots$

Skriv opp de fire neste leddene i denne tallfølgen.

Løsningsforslag b)

Det vi ser er at faktorene foran a og b følger Fibonacci-tallfølgen.

Derfor vil de neste leddene være:

$$5a + 8b$$

$$8a + 13b$$

$$13a + 21b$$

$$21a + 34b$$

Svar: De neste leddene er $5a + 8b$, $8a + 13b$, $13a + 21b$ og $21a + 34b$.

Oppgave 9 (2 poeng) Nettkode: E-4G0B

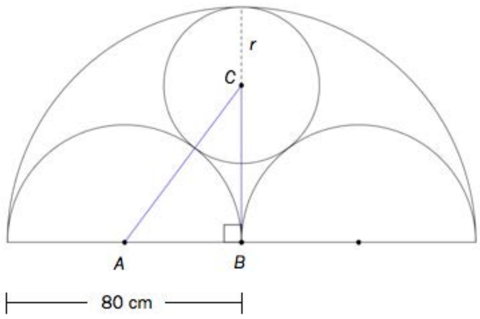
Bildet viser en del av bygningen Palazzo Vendramin-Calergi i Venezia. Nedenfor ser du en skisse av den øvre delen av vinduene. Skissen viser tre halvsirkler og én sirkel. Sirkelen tangerer alle de tre halvsirklene.

Punktet B er sentrum i den store halvsirkelen.

Punktet A er sentrum i en av de små halvsirklene.

Punktet C er sentrum i sirkelen.

Linjestykket r er radius i sirkelen.



Regn ut lengden av radien r.

Løsningsforslag

Lengden til r er lik $80 - BC$ cm. Hvis vi klarer å finne sidelengedene i trekanten, kan vi bruke Pytagoras læresetning og finne ut lengden til BC og deretter r.

Vi vet at $AB = 40$ cm og vi vet at $BC = 80 - r$. Hypotenusen $AC = 40 + r$. Da kan vi bruke Pytagoras læresetning:

$$(40 + r)^2 = 40^2 + (80 - r)^2$$

$$(40 + r)(40 + r) = 1600 + (80 - r)(80 - r)$$

$$1600 + 80r + r^2 = 1600 + 6400 - 160r + r^2$$

Vi kan trekke fra 1600 og r^2 fra begge sider av likhetstegnet:

$$1600 + 80r + r^2 - 1600 - r^2 = 1600 + 6400 - 160r + r^2 - 1600 - r^2$$

$$80r = 6400 - 160r$$

Nå legger vi til $160r$ til begge sider av likhetstegnet:

$$80r + 160r = 6400 - 160r + 160r$$

$$240r = 6400$$

Dividerer vi med 240 på begge sider, får vi:

$$\frac{240r}{240} = \frac{6400}{240}$$

$$r = \frac{6400}{240}$$

$$r = 26,6666$$

Svar: Radien er ca. $27\ \mathrm{cm}$.