



Oppgaver til julekalenderen 2005

– for ungdomstrinnet; 8. - 10.trinn

Løsningsord for kalenderen er
RAKETTBASE PRESIS KLOKKA TO

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Æ	Ø	Å	
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	

Kodingen er slik;

Svaret fra 1. desember er 18. Start med å telle fra A og 18 bokstaver utover, du kommer til R. Svaret 2. desember er 12. Nå skal du ta utgangspunkt i R og telle videre 12 bokstaver, og nå havner du på A igjen.

Tell hele tiden videre fra den bokstaven du har kommet til, og begynn på nytt fra A dersom du kommer forbi Å.

Tallene for kalenderen er;

1. des	2. des	3. des	4. des	5. des	6. des
18	12	10	23	15	29
7. des	8. des	9. des	10. des	11. des	12. des
11	28	18	15	11	2
13. des	14. des	15. des	16. des	17. des	18. des
16	14	19	10	21	1
19. des	20. des	21. des	22. des	23. des	24. des
3	25	29	19	19	24



1. DESEMBER

I en trekant er vinkel A tre ganger så stor som vinkel B og halvparten så stor som vinkel C. Hvor mange grader er vinkel B?

SVAR: 18

Sorterer vi, og setter opp opplysningene har vi at

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle A = 3\angle B$$

$$\angle A = \frac{1}{2}\angle C$$

Dette brukes til å løse ut vinkel B.

2. DESEMBER

Hva er det dobbelte av det dobbelte av det dobbelte av det dobbelte av 0,75?

SVAR: 12



3. DESEMBER

I en veske ligger det 17 kuler som er nummerert fra 1 til 17. Vi trekker opp noen kuler av sekken på måfå. Hvor mange kuler må vi trekke for å være sikre på at det blant de uttrukne skal finnes to kuler hvis sum blir 18?

SVAR: 10

Tips

Sett opp alle kombinasjoner av to tall mellom 1 og 17 som gir summen 18.

1+17, 2+16, 3+15 osv. helt til 8+10 . Nå vet vi hvilke kuler som er gunstige å få.

Én måte å tenke på er å si at jeg har maks uflaks -

- jeg trekker den første kula og får nummer 1

- jeg trekker den andre kule, men har uflaks og får nr. 2, og har nå 1 og 2

...

- jeg trekker den 9. kula, men har uflaks og får nr. 9, og har nå 1,2,3,4,5,6,7,8,9

- jeg trekker den 10. kula, men har maks uflaks og får nr. 10, og har nå

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 og kan danne summen 18!

Uansett hvilken kule jeg nå trekker som nummer 11 vil den danne summen 18 sammen med en av kulene jeg allerede har trukket.



4. DESEMBER

Birger er 13 år og matematikklæreren hans er 49 år. Om en god del år vil matematikklæreren være dobbelt så gammel som Birger. Hvor mange år er det til?

SVAR: 23

Her er to løsningsforslag:

Aldersforskjellen mellom læreren og Birger er 36 år - og vil alltid fortsette å være det! Når denne forskjellen er lik alderen til Birger vil læreren være dobbelt så gammel. Altså når Birger er 36 vil læreren være 72. Det skjer om 23 år.

Eller

Sett B = Birgers alder og M = matematikklærerens alder

Birgers alder om x år : $B = 13 + x$

Matematikklærerens alder om x år: $M = 49 + x$

Vi vil at $M=2B$, og nå kan vi løse ut x .



5. DESEMBER

En mann sitter og veier forskjellige objekter mot hverandre på en vanlig skålvekt. En sirkel og en trekant veier nøyaktig det samme som en firkant, viser en veiing. En annen veiing viser at en sirkel veier det samme som en trekant og en stang, mens en tredje veiing avslører at to firkanter veier det samme som tre stenger.

Spørsmålet er nå: Hvor mange trekanter skal til for å oppveie en sirkel? Gang svaret ditt med 3, og du får dagens tall.

SVAR: 15

Oppgaven egner seg til å snakke om symboler og algebra. Opplysningene i denne oppgaven kan settes opp på følgende måte;

$$\bigcirc + \triangle = \square$$

$$\bigcirc = \triangle + \text{—}$$

$$\square + \square = \text{—} + \text{—} + \text{—}$$



6. DESEMBER

HVILKET TALL ER JEG?

Jeg er et tosifret primtall. Sifferet på tierplass er partall. Sifferet på enerplass er én mer enn fire ganger så stort som sifferet på tierplass.

SVAR: 29

7. DESEMBER

Tabellen under er bygget opp etter et bestemt mønster. Hvilket tall skal erstatte spørsmålstegnene?

?	15	6	2
10	4	13	7
8	14	3	9
5	1	12	16

SVAR: 11

Tabellen er et magisk kvadrat hvor summen i alle rekkene, alle kolonnene og diagonalene er den samme. Summen er 34, og da må spørsmålstegnet erstattes med tallet 11.

Magiske kvadrater kan du lese mer om på www.matmatikk.org/pub/mattetekst/Magiskkvadrat



8. DESEMBER

Da den greske matematikeren Pytagoras ble spurt hvor mange elever han hadde, svarte han slik:

"Halvparten av elevene mine studerer matematikk, fjerdedelen studerer fysikk, og syvendedelen øver seg på å tie stille. Dessuten fikk jeg nettopp 3 nye gutter."

Ingen elever hørte til i mer enn en gruppe. Hvor mange elever hadde Pytagoras?

SVAR: 28

Oppgaven kan løses slik;

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$, hvor x er alle elevene i hele klassen.

9. DESEMBER

Det fins noen primtall som er slik at når sifrene blir byttet om, så oppstår det alltid et nytt primtall. For eksempel vil alle kombinasjoner av sifrene i tallet 199 være primtall, siden 199, 919 og 991 alle er primtall. Mellom 100 og 400 finnes det ett tilsvarende sett som har denne egenskapen. Finn dette settet. Dagens tall er differansen mellom de to minste av disse primtallene.

SVAR: 18

Tallene vi er på jakt etter er 113, 131 og 311. Differansen mellom de to minste av disse er $131 - 113 = 18$.

Vi kan starte med å utelukke alle tall som har partall i seg, og alle tall med 5 som et av sifrene siden disse vil ha 5 eller et partall som siste siffer ved en av ombyttingene.

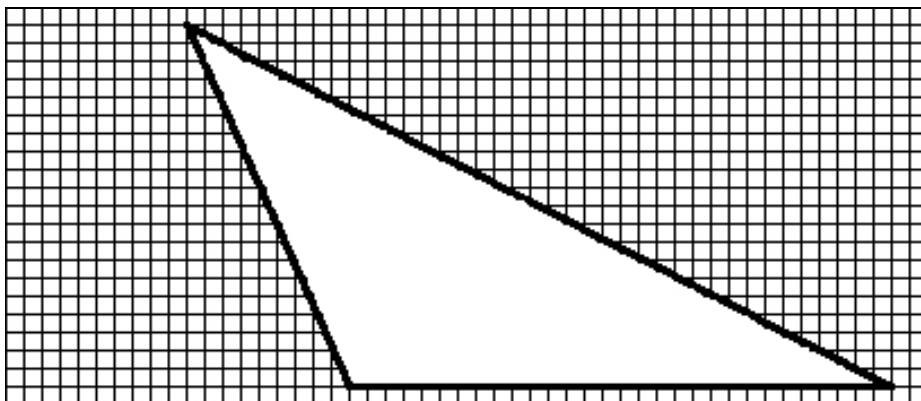
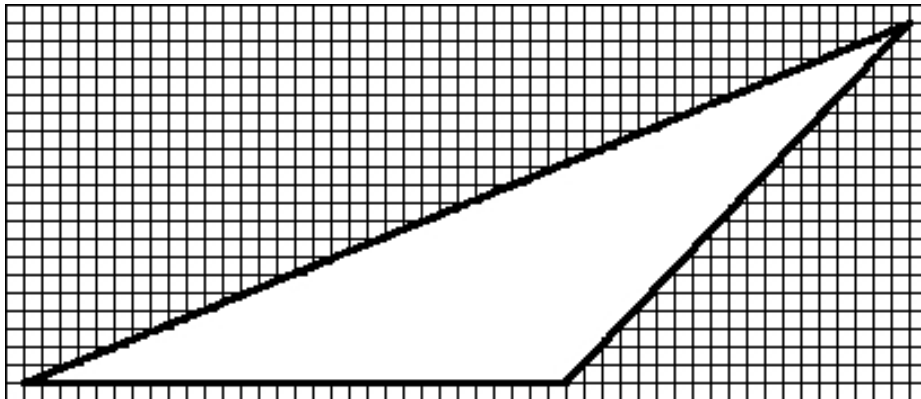
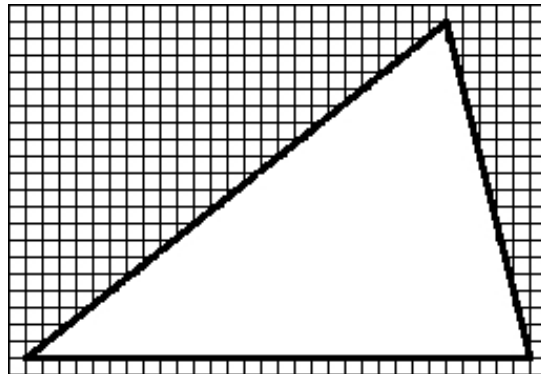
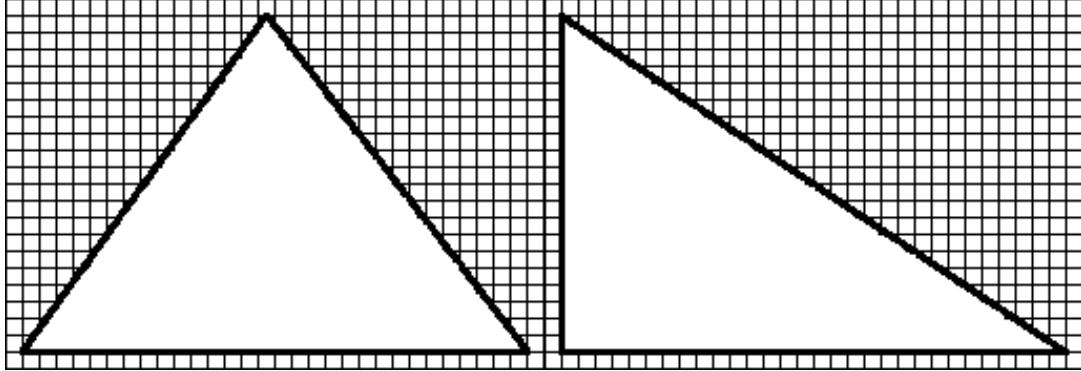
For å lette oppgaven, kan alle primtallene under 1000 oppgis

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97
101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191,
193, 197, 199
211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293
307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397
401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499
503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599
601, 607, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691
701, 709, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797
809, 811, 823, 827, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883
907, 911, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997



10. DESEMBER

Under ser dere en “familie” av trekanter, hvor alle har samme grunnlinje, men det siste hjørnet er endret fra trekant til trekant. Alle trekantene er tegnet på millimeterpapir. Hva er det samlede arealet av de fem trekantene?





SVAR 10. desember: 15

Arealet av en trekant er alltid $(\text{grunnlinje} \cdot \text{høyde})/2$. Alle trekantene i denne oppgaven har lik grunnlinje og lik høyde. Høyden kan nemlig også måles fra toppen av trekanten og 90 grader ned på samme nivå som grunnlinjen ligger, med andre ord - høyden i en trekant kan tegnes inn på utsiden av trekanten også.



11. DESEMBER

Arne har mobiltelefonabonnement hos et selskap som forandrer ringeprisene ofte. Han er frustrert over dette, siden han prøver å holde styr på ringeforbruket sitt. (Arne har nemlig problemer med å begrense hvor mye han ringer, og blir ofte uhyggelig overrasket over de høye telefonregningene han får.) En måned etter at han ble kunde hos selskapet satte de ned ringeprisen med 28,8%. Noen få uker etterpå satte de prisen opp med 25%.

Hvor mange prosent dyrere/billigere er ringeprisen nå, i forhold til den opprinnelige prisen?

SVAR: 11

Det er 11% billigere å ringe nå i forhold til den opprinnelige prisen.

12. DESEMBER

HOLMENKOLLRENNET ER REDDET! (nøtt)

Det hadde vært en vinter uten snø. Da Holmenkollrennet nærmet seg ble det bestemt at det skulle fraktes snø fra Finse, slik at man fikk en 15,6 km lang skiløype. Løypa skulle være 5,5 m bred og snølaget skulle være 30 cm tykt. Snøtransporten skjer med tog til Grefsen stasjon, og deretter med lastebiler opp til Holmenkollen. I og med transporten må man regne med at 10 % forsvinner - at snømassen minker med 10 %. Finn hvor mange tog med snø som trengs, når du vet at det er 20 vogner i et tog og at en vogn rommer 130 kubikkmeter snø?

Dagens tall er tverrsummen av antall tog som trengs.

SVAR: 2

Total snømengde til løypa er $5,5m \cdot 15600m \cdot 0,3m = 25740m^3$

Før smeltingen setter igang trengs det $x = \frac{25740m^3}{0,90} = 28600m^3$

Antall tog som trengs er $\frac{28600m^3}{130 \frac{m^3}{vogn} \cdot 20 \frac{vogner}{tog}} = 11tog$

Tverrsummen av 11 er $1+1=2$



13. DESEMBER

Hvilket tall skal erstatte spørsmålstegnet slik at regnestykket blir riktig?

$$\frac{7}{?} + \frac{27}{3 \cdot ?} = 1$$

SVAR: 16

14. DESEMBER

Multiplikasjonsruter – finn de tallene som mangler.

Dagens tall finner du i den skraverte ruta med spørsmålstegnet.

X		3		10		
	24					28
				60		
		24			72	
5			25			35
	12					?
				40		

SVAR: 14

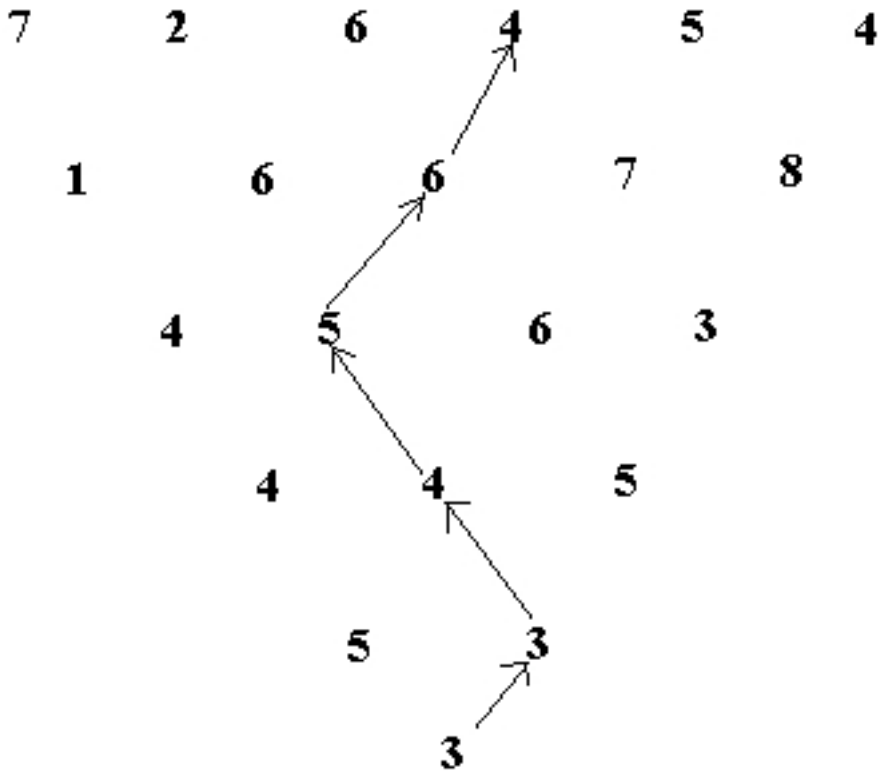
x	6	3	5	10	9	7
4	24	12	20	40	36	28
6	36	18	30	60	54	42
8	48	24	40	80	72	56
5	30	15	25	50	45	35
2	12	6	10	20	18	?=14
4	24	12	20	40	36	28



15. DESEMBER

Start på bunnen og gå på skrå oppover til høyre eller venstre, du velger selv hvor du vil gå. Finn den veien hvor summen av tallene på veien til toppen blir minst mulig - dette er dagens tall.

Eks: En vei kan se slik ut, og summen er da 25.



SVAR: 19



16. DESEMBER

Klara og Fredrik gikk ut i skolegården for å tegne noen store figurer med kritt på bakken. Ingen av figurene delte noen sider med andre figurer. Klara og Fredrik hadde hver sin eske med 10 kritt i, og hvert kritt holdt til å tegne 10 meter før det var oppbrukt. Begge to tegnet former hvor alle sidene var én meter lange.

Fredrik tegnet sekskanter og trekkanter. Tilsammen tegnet han 20 figurer, og da han var ferdig hadde han 2 og ett halvt kritt til overs. Hvor mange flere trekkanter enn sekskanter tegnet Fredrik?

SVAR: 10

Løsningsforslag:

Sett antall sekskanter = x , antall trekkanter = y

Antall meter Fredrik tegner er $6 \cdot x + 3 \cdot y = 10 \cdot 7,5 = 75$

Antall figurer Fredrik tegner er $x + y = 20$

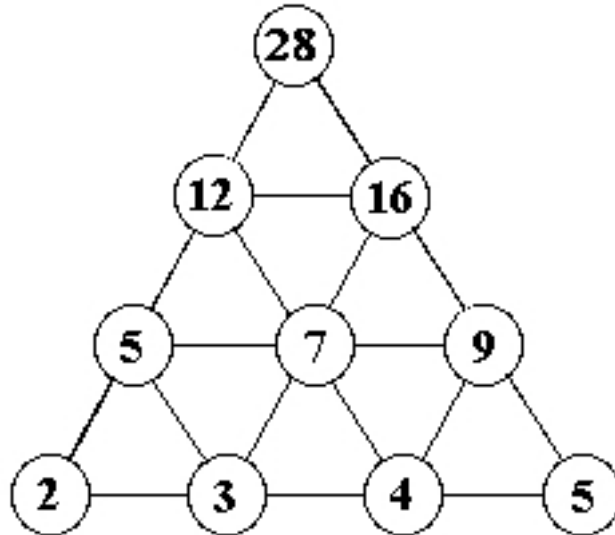
Løser vi ut x og y her får vi at $x = 5$ og $y = 15$.

Fredrik har tegnet 10 flere trekkanter enn sekskanter.

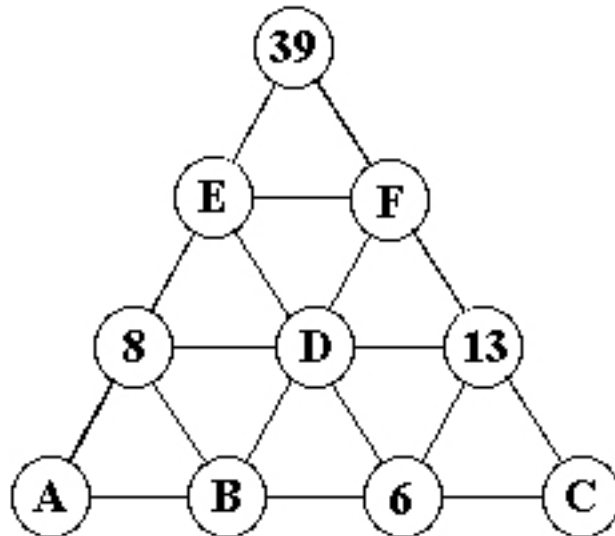


17. DESEMBER

Ta en titt på figuren nedenfor. Hva er sammenhengen mellom tallene? Ser du hvordan den er bygd opp?



Figuren under er bygget opp etter samme mønster som den over. Hva er summen av de fire tallene i bunnen av pyramiden?



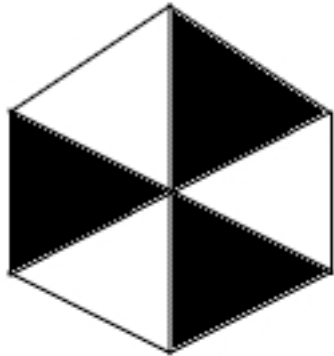
SVAR : 21

Her kan det lønne seg å begynne fra toppen og sette opp alle relasjonene som står oppført her. $39 = E + F = (8 + D) + (D + 13)$. Nå har vi at $39 = 21 + 2D$ og vi kan løse ut D.

$A = 5, B = 3, C = 7, D = 9, E = 17$ og $F = 22$



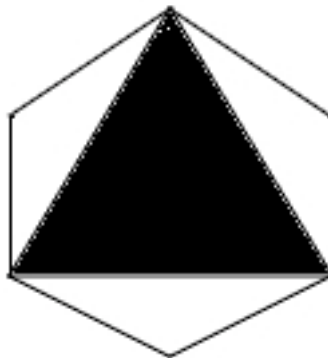
18. DESEMBER



X



Y



Z

Her har vi tegnet tre like store, regulære sekskanter. I en regulær sekskant er alle sidene like lange. X, Y og Z står for arealet av det skraverte området på figurene.

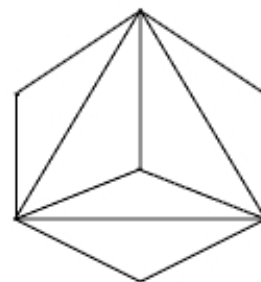
Er $X = Y = Z$?

Hvis du mener JA, er dagens tall 1.
Hvis du mener NEI, er dagens tall 2.

SVAR: 1

Om vi ser på X, er det tydelig at den har 3 av 6 like store områder skravert - X er halparten av sekskantens areal.

Nå må vi sjekke om det samme er tilfelle for Y og Z også. Om vi deler inn sekskantens i tre like store deler og halverer disse igjen, som på figuren ved siden av ser vi igjen at 3 av 6 områder er skravert for både Y og Z også.





19. DESEMBER

Sudoku.

Plasser tallene 1, 2, 3, 4, 5 og 6 slik at alle rader, kolonner og de avgrensede områdene inneholder disse tallene. Samme tall kan **IKKE** dukke opp to ganger i en rad, kolonne eller et område.

Dagens tall finner du i ruten med spørsmålstegnet.

			3		
	2				4
2			5	6	
?	5	6			2
6				1	
		5			

SVAR:3





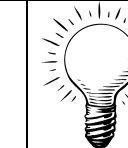
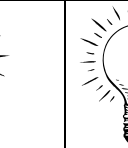
Tips til differensiering er enten å gi dem flere tall på dette spillbrettet eller gi dem spillbrettet for mellomtrinnet. Fasit:

5	6	4	3	2	1
1	2	3	6	5	4
2	4	1	5	6	3
?=3	5	6	1	4	2
6	3	2	4	1	5
4	1	5	2	3	6



20. DESEMBER

For å komme inn i lokalene til den hemmelige klubben "Masters of two", må klubbmedlemmene taste inn en tallkombinasjon, en kode, i låsesystemet til døra. Koden forandres for hver dag. For å gjøre det enkelt får medlemmene vite dagens kode via et Brett med lyspærer. Klubben har montert 6 lyspærer på en rekke rett over låsesystemet. De seks lyspærene viser medlemmene hvilket tall som er dagens kode.

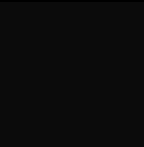
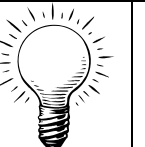
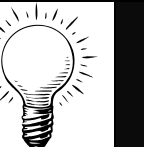
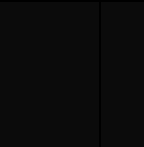
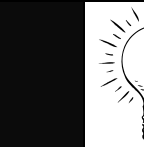
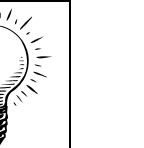
					
Av = 0 På =	Av = 0 På =	Av = 0 På =	Av = 0 På = $2^2 = 4$	Av = 0 På = $2^1 = 2$	Av = 0 På = $2^0 = 1$

En lyspære er enten av eller på. Dersom en lyspære er av står den for tallet 0. Dersom lyspæren helt til høyre er på, står den for tallet $2^0=1$. Dersom lyspære nummer to fra høyre er på, står den for tallet $2^1=2$. Lyspære nummer 3 fra høyre står for $2^2 = 4$, og for hver pære vi beveger oss mot venstre etter dette øker verdien til eksponenten med 1. ($2 \cdot 2 \cdot 2$ er det samme som 2^3 . Vi kaller 2^3 en potens med grunntall 2 og eksponent 3.) For å finne dagens kode/tall må medlemmene summere verdien til de tente lyspærene.

Klubben har funnet ut at med dette systemet som har 6 lyspærer kan de klare å lage alle de hele tallene fra 0 - 63.

Eksempel: Forrige dagen lyste pæren helt til høyre og pære nummer tre fra høyre, og da visste medlemmene at koden skulle være $2^2 + 0 \cdot 2^1 + 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5$.

I dag lyser

					
Nr. 6	Nr. 5	Nr. 4	Nr. 3	Nr. 2	Nr. 1

Hvilket tall er dagens kode?

SVAR: 25

$$2^4 + 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 2^0 = 32 + 16 + 0 + 0 + 1 = 25$$

Her jobber elevene med totallsystemet og i oppgaven viser vi hvordan vi regner om fra totallsystemet til titallsystemet.

Dagens tall, skrevet i totallsystemet er 11001.



21. DESEMBER

Primtall er tall som bare er delelig med 1 og seg selv, f.eks 7, 11, 13 og 17. Noen primtall er bare adskilt med ett tall, slik som 11 og 13 eller 17 og 19. Disse kalles for tvillingprimtall. Finn to tvillingprimtall som er slik at produktet av dem er mindre enn 1000 og tversummen av produktet er 26.

Dagens tall er det minste av disse to tvillingprimtallene.

SVAR: 29

22. DESEMBER

Molly, Dolly, Sally, Polly og Kelly går på kino. De sitter ved siden av hverandre og opptar plassene 15 til 19 på en rad, hvor 15 er lengst til venstre og 19 er lengst til høyre i kinosalen.

Molly sitter ikke lengst til høyre. Dolly sitter ikke lengst til venstre. Sally sitter verken lengst til høyre eller lengst til venstre. Kelly sitter ikke ved siden av Sally. Sally sitter ikke ved siden av Dolly. Polly sitter til høyre for Dolly, men ikke nødvendigvis inntil henne. Hvem sitter hvor? Hvilket nummer har plassen som Polly sitter på?

SVAR : 19

De fem jentene blir sittende slik, fra 15 -19; Kelly, Dolly, Molly, Sally og Polly



23. DESEMBER

Dersom du lager en avtale med foreldrene dine om å re opp senga di hver dag mot betaling og avtalen er slik at du får 1 krone den første dagen og hver dag etter dette skal du ha det dobbelte av betalingen du fikk dagen før.

Hvor mange dager tar det å tjene 524 287 kroner?
(Ekstraoppgave - hvor lang tid tar det å bli millionær?)

SVAR: 19

Dag	Kroner	Opptjent
1	1	1
2	2×1	$1 + 2 = 3$
3	$2 \times 2 = 4 = 2^2$	$3 + 4 = 7$
4	$2 \times 4 = 8 = 2^3$	$7 + 8 = 15$
...		
18	$2 \times 65\,536 = 131\,072 = 2^{17}$	$131\,071 + 131\,072 = 262\,143$
19	$2 \times 131\,072 = 262\,144 = 2^{18}$	$262\,143 + 262\,144 = 524\,287$
20	$2 \times 262\,144 = 524\,288 = 2^{19}$	$524\,287 + 524\,288 = 1\,048\,575$

En stor utfordring kan være å lage tabellen i Excel.
(Opptjent dag nummer $D = 2^{D+1} - 1$)



24. DESEMBER

Mor og far i familien Hjul inviterte sine søsken med barn til middagsselskap. I selskapet var $\frac{1}{3}$ av gjestene tanter, $\frac{1}{4}$ var kusiner, $\frac{1}{6}$ var onkler, og så var det 6 fettere der. Ingen av personene tilhører mer enn én kategori.

Hvor mange gjester var det i selskapet?

SVAR: 24

Sett x = alle gjestene i selskapet, da får vi følgende likning

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + 6 = x$$