# OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

## SETT 24

### DAG 1

1. På et museum ligger det tre steiner. Til sammen veier steinene 5 kg, og den tyngste veier to tredjedeler så mye som de to andre til sammen. Hvor mye veier den tyngste stenen?

   A) 1,5 kg  B) 2 kg  C) 2,33 kg  D) 2,5 kg  E) 3 kg

2. Anne og Ola spiller med fyrstikker. De starter med 18 fyrstikker, og annenhver gang tar de vekk enten en eller tre fyrstikker (det er ikke lov å ta vekk nøyaktig to fyrstikker). Vinneren er den som tar den siste fyrstikken. Anne, som er meget dyktig i slike strategispill, begynner. Hvem kommer til å vinne?

**Løsninger:**

1. B. Den tyngste steinen veier 2 kg, og de to andre 3 kg til sammen. For å komme fram til dette, kan vi anta at den tyngste steinen veier $x$ kg. De andre veier da til sammen $5 - x$ kg. Siden $x = \frac{2}{3}(5 - x)$, får vi at $3x = 2(5 - x)$ som gir $3x = 10 - 2x$. Dette gir $5x = 10$, og dermed $x = 2$.

2. Ola vinner. Legg merke til at både 1 og 3 er oddetall. Siden 18 er et partall, så vil det ligge igjen et odde antall fyrstikker etter at Anne har tatt enten en eller tre av dem. Men etter at Ola har forsynt seg, vil det ligge igjen et partall antall fyrstikker uansett hva han velger. Slik vil det fortsette. Etter at Anne har fjernet noen fyrstikker vil det alltid ligge igjen et odde antall fyrstikker, og etter at Ola har fjernet, så vil det ligge et partall antall igjen. Siden 0 er et partall, er det Ola som kommer til å ta den siste fyrstikken.

### DAG 2

1. Hvilket tall er det som er ti mer enn det dobbelte av seg selv?

   A) 10  B) 5  C) 0  D) -5  E) -10

2. Familien Jansson har en rektangulær hage. Den korte siden av hagen er 10 meter. Diagonalen i hagen er to meter lenger enn den lengste siden. Hva er arealet av hagen?

   A) 120 $m^2$  B) 160 $m^2$  C) 190 $m^2$  D) 240 $m^2$  E) 320 $m^2$

**Løsninger:**

1. E. Hvis dette tallet er $x$, så sier oppgaven at $x = 2x + 10$ som kan omskrives til $x = -10$.

2. D. Hvis den lange siden av hagen er $x$ meter, så er diagonalen $x + 2$ meter. Pythagoras gir oss nå at $10^2 + x^2 = (x + 2)^2$. Ganger vi ut dette, får vi $10^2 + 100 = x^2 + 4x + 4$. Dette gir $4x = 96$, og dermed $x = 24$. Arealet av hagen er altså $10\,m \cdot 24\,m = 240\,m^2$.

## DAG 3

1. I en klasse med 30 elever er det 60% gutter. En dag begynner 6 nye jenter i klassen. Hvor stor blir andelen av gutter i klassen nå?

   A) 40% B) 48% C) 50% D) 60% E) 75%

2. Geir jogger sin vanlige runde hver morgen. Dette tar normalt en time. En dag han har dårlig tid, kutter han strekningen med 20% og øker farten med 20%. Hvor lenge jogger Geir denne morgenen?

   A) 30 min B) 36 min C) 40 min D) 41,33 min E) 42 min

**Løsninger:**

1. C. Opprinnelig var det 30 elever; 18 gutter og 12 jenter. Etter at det har kommet 6 nye jenter, blir det 18 av hvert kjønn, altså 50 % gutter.

2. C. Tiden kan uttrykkes ved strekning delt på fart. Hvis normal strekning og fart er $S$ og $F$, så har vi at $\frac{S}{F} = 60$ minutter. Den morgenen Geir hadde dårlig tid, jogget han i minutter: $\frac{0,8S}{1,2F} = \frac{8}{12} \cdot \frac{S}{F} = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40$.

## DAG 4

1. To butikker selger en bestemt sykkel til samme pris. Så setter den ene butikken opp prisen med 10%. Den andre butikken setter opp prisen med 50%, men annonserer sykkelen til salgs med 30% rabatt (på den nye prisen). Hvilken av butikkene selger sykkelen billigst etter dette?

2. På en jernbanestasjon er det en lang rulletrapp som går nedover. En mann som spaserer sakte nedover trappen kommer ned etter å ha tatt 50 skritt. Når han er vel nede, får han plutselig en lys idé, og går raskt opp trappen igjen. Han må ta 125 skritt for å komme opp, og han tar skrittene fem ganger så raskt som da han gikk ned. Hvis rulletrappen står stille, hvor mange trinn er det da i trappen?

   A) 50 B) 75 C) 90 D) 100 E) 175

**Løsninger:**

1. Sykkelen er billigst i butikken som annonserte sykkelen med 30% rabatt. Å sette opp prisen med 50% er det samme som å gange prisen med 1,5. Å sette prisen ned med 30% er det samme som å gange med 0,7. Prisen har dermed blitt ganget med $1{,}5 \cdot 0{,}7 = 1{,}05$, og det betyr at prisen bare er 5% mer enn den var opprinnelig.

2. D. Observer først at mannen brukte halvparten så lang tid opp, som han brukte ned trappen. (For eksempel, hvis han brukte ett sekund per skritt ned trappen, så ville han bruke 50 sekunder ned, og $\frac{125}{5} = 25$ sekunder opp.) Anta at trappen beveget seg med $x$ trinn mens mannen gikk nedover. Da må trappens lengde være $x$ trinn mer enn de 50 han måtte ta, altså $x + 50$. Siden han bare brukte halvparten så lang tid opp, må trappen ha beveget seg med $\frac{x}{2}$ trinn mens han gikk oppover. Antall trinn i trappen kan dermed også uttrykkes ved $125 - \frac{x}{2}$. Løser vi likningen $x + 50 = 125 - \frac{x}{2}$, får vi $x = 50$, og dermed er det $x + 50 = 100$ trinn i trappen.

## DAG 5

1. Per har lang skolevei, og han tar ofte buss halve strekningen. Det er en kilometer å gå hjemmefra og til bussholdeplassen, og en sjettedel av skoleveien gjenstår etter at han har gått av bussen. Hvor lang er skoleveien til Per?

   A) 2,4 km B) 3 km C) 3,6 km D) 4,6 km E) 6 km

2. En terning har 8 hjørner. Vi setter sammen 27 like store terninger til en stor terning med tre ganger så stor sidelengde som den opprinnelige. Hvor mange av de 27 terningenes hjørner er det til sammen på overflaten til den store terningen?

   A) 108 B) 152 C) 162 D) 184 E) 216

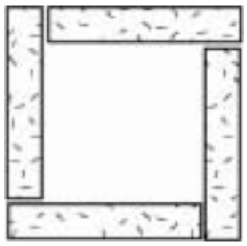
**Løsninger:**

1. B. Hvis skoleveien er $x$ km, så sier oppgaven at $1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} = x$. Ganger vi med 6, får vi $6 + 3x + x = 6x$, som gir $2x = 6$ og dermed $x = 3$.

2. B. Totalt er det $27 \cdot 8 = 216$ hjørner på de 27 terningene. La oss telle hvor mange av disse som blir liggende inni den store terningen. Det er bare 8 punkter inne i terningen der slike hjørner kan ligge, nemlig hjørnepunktene til den terningen som ligger i midten. I hvert av disse punktene er det 8 terninger som møtes. Det er altså 64 hjørner som ligger inne i terningen. Resten, dvs. $216 - 64 = 152$ hjørner, ligger på overflaten.

# DAG 6

1. Fire små planker i størrelsen 35 cm · 5 cm legges som vist på figuren. Hvor stort er arealet innenfor plankene?



A) 625 $cm^2$ B) 700 $cm^2$ C) 900 $cm^2$ D) 1050 $cm^2$ E) 1225 $cm^2$

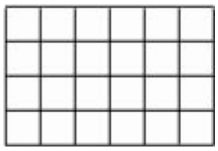
2. Det ligger fire hvite og to sorte kuler i en pose. Tilfeldig trekker man ut to av kulene. Hva er mest sannsynlig: at de to kulene har samme farge, eller at de har forskjellige farger?

**Løsninger:**

1. C. Området innenfor plankene er et kvadrat med sidelengde i centimeter lik $35 - 5 = 30$. Arealet blir dermed $30\ cm \cdot 30\ cm = 900\ cm^2$.

2. Det er mest sannsynlig at de har forskjellige farger. Tenk deg at vi trekker ut kulene en etter en. Det er $\frac{4}{6}$ sjanse for at den første kulen er hvit, og i så fall er det $\frac{2}{5}$ sjanse for at den andre er sort. Tilsvarende er det $\frac{2}{6}$ sjanse for at den første er sort, og i så fall $\frac{4}{5}$ sjanse for at den andre er hvit. Totalt gir dette sannsynligheten $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8+8}{30} = \frac{16}{30}$ for at de to kulene er forskjellige. Sannsynligheten for at de er like blir $\frac{14}{30}$.

## DAG 7



1. Hvor mange kvadrater er det totalt i denne figuren?

   A) 27  B) 39  C) 47  D) 50  E) 51

2. Robert og Cathrin er på joggetur i marka. Etter en times jogging med jevn fart tar de et kvarters pause. De snur og jogger samme veien tilbake, men nå holder de 25% høyere fart enn før pausen. Hvor lang tid tar turen totalt?

   A) 1 time 45 min.  B) 1 time 48 min.  C) 1 time 57 min.

   D) 2 timer  E) 2 timer 3 min.

**Løsninger:**

1. D. Anta at de små kvadratene har sidelengde 1. Det er $6 \cdot 4 = 24$ små kvadrater, det er $5 \cdot 3 = 15$ kvadrater med sidelengde 2, det er $4 \cdot 2 = 8$ kvadrater med sidelengde 3, og det er 3 kvadrater med sidelengde 4. Til sammen er det altså $24 + 15 + 8 + 3 = 50$ kvadrater på figuren.

2. E. Vi vet at tid er lik strekning delt på fart. Hvis de den første timen jogget en distanse $S$, og holdt en fart $F$, så vet vi at $\frac{S}{F} = 60$ minutter. Siden farten er 25% større på tilbakeveien, vil det ta $\frac{S}{1{,}25F} = 0{,}8 \cdot \frac{S}{F} = 0{,}8 \cdot 60 = 48$ minutter å jogge tilbake. Til sammen tar dermed turen: 1 time + 15 minutter + 48 minutter = 2 timer *og* 3 minutter.