



matematikk.org

## OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

### SETT 45

#### DAG 1

1. På et bord står to beholdere som begge inneholder litt vann. Uansett hvilken beholder du velger, og så heller halvparten av innholdet over i den andre beholderen, vil den andre beholderen akkurat bli fylt opp. En av beholderne rommer 4 liter og er halvfull. Hvor mye rommer den andre beholderen?  
A) 3 liter    B) 4 liter    C) 5 liter    D) 6 liter    E) Umulig å avgjøre
2. Telleren og nevneren i en brøk er positive heltall og har differanse 16. Verdien av brøken ligger mellom  $\frac{7}{4}$  og  $\frac{9}{5}$ . Hva er telleren i brøken?  
A) 36    B) 37    C) 38    D) 39    E) 40

#### Løsninger

1. C. Den ene beholderen rommer 4 liter, og inneholder 2 liter vann. Den andre beholderen inneholder dermed 4 liter vann, ettersom halvparten av dette akkurat vil fylle opp den første. Siden beholderen med 4 liter vann akkurat vil bli full dersom man heller oppi 1 liter, så rommer denne beholderen 5 liter.
2. B. La oss skrive brøken som  $\frac{x+16}{x}$ . Da gjelder at  $\frac{7}{4} < \frac{x+16}{x} < \frac{9}{5}$ . T rekker vi fra 1 alle steder, får vi  $\frac{3}{4} < \frac{16}{x} < \frac{4}{5}$ . Hvis vi inverterer brøkene, får vi  $\frac{4}{3} > \frac{x}{16} > \frac{5}{4}$ . Multiplikasjon med 16 gir  $\frac{64}{3} > x > 20$ , og vi ser at  $x = 21$  er den eneste muligheten. Telleren i brøken er dermed  $21 + 16 = 37$ .

#### DAG 2

1. I en kantine koster kaffe og bolle 15 kroner, kaffe og kake 17 kroner, mens kake og bolle koster 18 kroner. Hvor mye koster en kopp kaffe?  
A) 4 kr    B) 5 kr    C) 6 kr    D) 7 kr    E) 8 kr



matematikk.org

2. Håkon skal på ball, og trenger nytt antrekk. Han ønsker å kjøpe smoking, mansjettknapper og sko. Han finner tre smokinger han liker, og de koster henholdsvis 6000 kr, 7500 kr og 10000 kr. Han kan velge mellom sko til 1000 kr, 1800 kr og 3500 kr, og mansjettknapper til 500 kr, 1000 kr og 2500 kr. Håkon vil bruke maksimalt 12500 kroner på antrekket. Hvor mange mulige kombinasjoner av smoking, sko og mansjettknapper er da mulig?
- A) 10      B) 13      C) 16      D) 18      E) 20

### Løsninger

1. *D.* En kopp kaffe koster 7 kroner, en bolle koster 8 kroner, og et kakestykke koster 10 kroner.
2. *E.* Med den dyreste smokingen har Håkon bare 2500 kroner igjen til sko og mansjettknapper. Dette gir 3 mulige kombinasjoner (1000+500, 1000+1000, 1800+500). Med smokingen til 7500 kroner får Håkon råd til alle kombinasjoner av sko og mansjettknapper unntatt den dyreste kombinasjonen, det vil si 8 muligheter. Med den billigste smokingen kan Håkon kjøpe alle 9 kombinasjoner av sko og mansjettknapper. Til sammen blir det  $3+8+9 = 20$  muligheter.

### DAG 3

1. Hvilket tall er slik at hvis du ganger det med 3 og legger til 5, så får du det samme som om du først ganger med 5 og så legger til 3?
- A) 1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 8
2. På et fruktfat ligger det bananer, epler og klementiner. Det er dobbelt så mange epler som bananer, og dobbelt så mange klementiner som epler. Noen barn forsyner seg av frukten. De spiser like mange av frukttype. Det er nå 33 frukt igjen til sammen, og tre ganger så mange epler som bananer. Hvor mange klementiner er igjen i fatet?
- A) 16      B) 18      C) 21      D) 22      E) 24



### Løsninger

1. A. Hvis tallet er  $x$ , så sier oppgaven at  $3x + 5 = 5x + 3$ . Forenkles dette, får vi  $2x = 2$ , og dermed  $x = 1$ .
2. C. Det var opprinnelig 6 bananer, 12 epler og 24 klementiner i fatet. Barna spiser 3 frukt av hver type, og det blir liggende igjen henholdsvis 3, 9 og 21 frukt.

### DAG 4

1. Jens er hos bakeren og skal kjøpe et bestemt antall skolebrød til seg og vennene sine. Det viser seg at Jens mangler 5 kroner for å kjøpe det han ønsker. Hvis han derimot kjøper det samme antall boller isteden, vil han ha 2 kroner for mye. Et skolebrød koster 9 kroner, og en bolle koster 8 kroner. Hvor mange penger hadde Jens med seg til bakeren?  
A) 34 kr    B) 40 kr    C) 50 kr    D) 58 kr    E) 67 kr
2. Aina kaster tre vanlige terninger og skriver ned produktet av antall øyne som terningene viser. I det første kastet viser terningene 2, 3 og 5, og hun skriver ned  $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ . Hva er sannsynligheten for Aina skriver ned tallet 4 etter neste kast?  
A)  $\frac{1}{18}$     B)  $\frac{1}{36}$     C)  $\frac{3}{72}$     B)  $\frac{4}{81}$     C)  $\frac{8}{216}$

### Løsninger

1. D. Siden bollene til sammen koster 7 kroner mindre enn skolebrødene, og prisforskjellen per stykk er 1 krone, er Jens ute etter 7 skolebrød. Disse koster til sammen  $7 \cdot 9 = 63$  kroner, og Jens har dermed med seg  $63 - 5 = 58$  kroner.
2. B. Produktet 4 kan oppnås enten ved at den ene terningen viser 4 og de andre 1, eller ved at den ene terningen viser 1 og de andre 2. Det er totalt  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$  mulige utfall når man kaster 3 terninger (dersom man skiller mellom terningene), og i 6 av disse mulighetene oppnås produktet 4 (114, 141, 411, 122, 212, 221). Sannsynligheten for at Aina kan skrive tallet 4 etter neste kast er dermed  $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$ .



## DAG 5

1. En kvadratisk serviett er slik at hvis man bretter den til en trekant, så er arealet av trekanten ( $i \text{ cm}^2$ ) det dobbelte av omkretsen ( $i \text{ cm}$ ) til den opprinnelige servietten. Hvor stor er servietten?  
  
A)  $12 \times 12 \text{ cm}$  B)  $15 \times 15 \text{ cm}$  C)  $16 \times 16 \text{ cm}$  D)  $20 \times 20 \text{ cm}$  E)  $24 \times 24 \text{ cm}$
2. Statistikerne Arne, juristen Fredrik og psykologistudenten Margrete bestemmer seg for å se Nøtteknekkeren før jul. Men de er sent ute, og det er kun to billetter igjen. Margrete liker rollespill, og bestemmer at Arne og Fredrik skal kaste terninger om hvem som får lov til å følge henne. Hun tar fram tre terninger og sier at Arne og Fredrik skal velge en hver og se hvem som kaster høyest. Terningene er spesielle, den ene har fire øyne på hver side, den andre har to sider med ett øye og fire sider med fem øyne, og den tredje har fire sider med to øyne og to sider med seks øyne. Arne stirrer på terningene i noen sekunder før han vender seg til Fredrik og sier med et smil: "Du kan få velge først!". Er dette snilt gjort av Arne?

## Løsninger

1. C. La  $x$  være lengden av en av serviettens sider. Da er serviettens omkrets  $4x \text{ cm}$ , mens arealet av trekanten er  $\frac{x^2}{2} \text{ cm}^2$ . Oppgaven sier at  $\frac{x^2}{2} = 2(4x)$ , som kan skrives om til  $x^2 = 16x$ . Denne likningen har løsningene  $x = 0$  og  $x = 16$ , så servietten må være  $16 \times 16 \text{ cm}$ .
2. Nei, Arne har nemlig regnet ut at den som velger terning sist, har størst sjanse for å vinne, dersom han velger riktig. Kall terningen med bare firere for  $A$ , terningen med 1 og 5 for  $B$  og den siste for  $C$ .  $B$  har  $\frac{2}{3}$  sjanse for å vinne over  $A$ ,  $A$  har  $\frac{2}{3}$  sjanse for å vinne over  $C$ , og  $C$  har  $\frac{5}{9}$  sjanse for å vinne over  $B$ . Så hvis Fredrik velger  $A$ , velger Arne  $B$ . Hvis Fredrik velger  $C$ , velger Arne  $A$ . Og hvis Fredrik velger  $B$ , velger Arne  $C$ . I alle tilfeller har Arne mer enn 50% sjanse for å kaste høyest.

## DAG 6

1. Togene som går mellom byene  $A$  og  $B$  har avgang fra hver av byene hver hele time. Togturen mellom de to byene tar fire og en halv time. Hvis du setter deg på et tog i  $A$ , og kjører til  $B$ , hvor mange ganger vil du møte et tog i motsatt retning?

A) 4      B) 5      C) 7      D) 8      E) 9



matematikk.org

2. Pål har en 20-krone som han ønsker å veksle i mindre mynter. På hvor mange måter kan dette gjøres? (Han kan veksle 20-kronen i tiere, femmere, kronestykker og/eller femtiøringer.)
- A) 32      B) 49      C) 60      D) 74      E) 89

### Løsninger

1. *E.* Hvis du for eksempel tar toget med avgang kl.14, så er det første toget du vil møte det som dro fra *B* kl.10. Du vil selv komme til *B* kl.1830, så det siste toget du vil møte, er det med avgang kl.18. Du vil altså møte alle togene med avgang fra kl.10 til og med kl.18, altså 9 tog.
2. *D.* La oss kalle femmere og tiere for store mynter, og kronestykker og femtiøringer for småmynter. Det er 21 muligheter for å veksle alt i småmynter (20 kronestykker, 19 kronestykker + femtiøringer, 18 kronestykker + femtiøringer osv.). Tilsvarende er det 16 muligheter med en femmer og resten i småmynter. Det er 11 muligheter med en tier + småmynter, og 11 muligheter med 2 femmere + småmynter. Det er 6 muligheter med en tier, en femmer + småmynter, og 6 muligheter med 3 femmere + småmynter. Til slutt er det 3 muligheter med bare store mynter (10+10, 10+5+5, 5+5+5+5). Til sammen kan Pål veksle 20-kronen på  $21+16+11+11+6+6+3 = 74$  måter.

### DAG 7

1. En kveld bestemmer Berit seg for å slutte å røyke. Hun har igjen seks 20-pakninger med sigaretter, og en 20-pakning som er nesten full. Hvis hun i morgen starter med å røyke 3 sigaretter mindre enn hun pleier, og dagen etter røyker 6 mindre enn hun pleier, og så videre, da får hun akkurat røykt opp de sigarettene hun har igjen. Hvor mange sigaretter har Berit vanligvis røykt per dag?
- A) 20      B) 24      C) 27      D) 30      E) 32
2. Summen av to tall er en mer enn produktet av tallene. Hvis det ene tallet er negativt, hva er da det andre tallet?
- A) -1    B) 0    C) 1    D) Det er flere muligheter    E) Situasjonen er umulig



matematikk.org

### Løsninger

1. *D.* Berit røykt 30 sigaretter daglig. For å fullføre nedtrappingsplanen trenger hun  $27+24+21+18+15+12+9+6+3 = 135$  sigaretter, og det er nesten syv 20-pakninger.
2. *C.* Hvis de to tallene er  $x$  og  $y$ , så sier oppgaven at  $x + y = xy + 1$ . Dette kan skrives om til  $xy - x - y + 1 = 0$ , og dermed  $(x - 1)(y - 1) = 0$ . Hvis det ene tallet er negativt, må det andre tallet være 1.