matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 2

DAG 1

1. En murstein veier 3 kg pluss en halv murstein. Hvor mye veier en murstein?

   A) 4,5 kg B) 6 kg C) 7,5 kg D) 9 kg E) Umulig å avgjøre

2. Dersom det tresifrede tallet *2a3* legges til tallet *326,* får vi til svar det tresifrede tallet *5b9*. Hvis vi i tillegg får vite at *5b9* er delelig med *9*, hva blir da summen $a+b$?

   A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Løsninger:

1. *B*. Hvis en murstein veier x kg, så kan betingelsen i oppgaven uttrykkes ved $x = 3 + x / 2$. Dette kan skrives om til $x / 2 = 3$, eller $x = 6$.

2. *E*. Vi bruker regelen som sier at et tall er delelig med *9* hvis og bare hvis summen av sifrene i tallet er delelig med *9*. Det at *5b9* er delelig med *9*, betyr derfor at $5 + b + 9 = 14 + b$ også er det. Men b er et positivt ensifret tall, og den eneste muligheten blir da $b = 4$. Videre ser vi at $549 - 326 = 223$, slik at a må være lik 2, og dermed $a + b = 2 + 4 = 6$.

DAG 2

1. I en eske er det 20 røde, 12 gule, 8 blå og 6 grønne kuler. Hva er det minste antall kuler man må ta ut for å være sikker på å få 10 av samme farge?

   A)11 B) 22 C) 33 D) 37 E) 40

2. 9 sorte og 18 hvite terninger, alle med sidelengde 1 cm, settes sammen til en stor terning med sidelengde 3 cm. Dette gjøres slik at det blir mest mulig sort synlig på den store terningen. Hvor stor andel av overflaten til den store terningen vil da være sort?

   A)1 / 2 B) 13 / 27 C) 25 / 54 D) 4 / 9 E) 1 / 3

Løsninger:

1. *C*. Hvis man tar ut 32 kuler, kan man i verste fall risikere å få 9 røde, 9 gule, 8 blå og 6 grønne. Hvis man tar ut en kule til, dvs. totalt 33 kuler, er man nødt til å ha 10 av enten de gule eller røde.

2. *B*. Hver side på den store terningen består av 9 ruter som hver er farget enten hvit eller sort. Totalt er det altså $6 \cdot 9 = 54$ slike ruter. Hver av de 8 små terningene som er plassert i de 8 hjørnene av den store har 3 av sine sideflater synlig. De andre terningene som ligger langs en kant, har 2 sideflater synlig. For å få mest mulig sort må vi altså plassere en sort terning i hvert hjørne og den siste sorte på en kant. Da vil vi totalt ha $3 \cdot 8 + 2 =$ 26 sorte ruter synlig på overflaten til den store terningen. Andelen sort er dermed 26 / 54 = 13 / 27.

DAG 3

1. Hvis 5 er én mindre enn en tredjedel av et tall, hva er da det dobbelte av dette tallet?

   A)18   B) 26   C) 32   D) 36   E) 42

2. Anta at hver student enten er frisk eller syk. Hvis en student er frisk i dag, så er det 95% sjanse for at han/hun er frisk i morgen, og hvis en student er syk i dag, så er det 55% sjanse for at han/hun er syk i morgen. Hvis 20% av studentene er syke i dag, hvor stor andel av studentene kan vi regne med er syke i morgen?

   A)11%   B) 15%   C) 19%   D) 21%   E) 25%

Løsninger

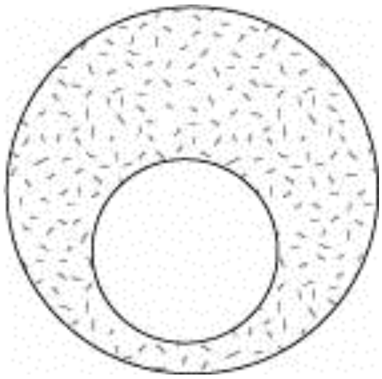
1. *D*. 5 er én mindre enn 6, som er en tredjedel av 18, og det dobbelte av dette er 36.

2. *B*. Blant de 20% som er syke i dag, er det (55 / 100)·20% = 11% som er syke i morgen. Blant de 80% som er friske i dag, er det (5 / 100)·80% = 4% som er syke i morgen. Totalt er det altså 4% + 11% = 15% som kan forventes å være syke i morgen.

DAG 4

1. Et tall som er det samme enten man leser det forlengs eller baklengs, kalles et palindromtall. For eksempel er 1881 et palindromtall. Hva er de tre neste palindromårstallene etter 1881?

2. Den store sirkelen på figuren har dobbelt så stor radius som den lille. Hva er forholdet mellom det skraverte arealet og det ikke-skraverte?



A)1:1 B) 2:1 C) 3:1 D) π:1 E) 4:1

Løsninger:

1. Hvert århundre (mellom år 1000 og 100000) inneholder nøyaktig ett palindromårstall. Dette er fordi de to siste sifrene vil være entydig bestemt av de to første. De tre neste palindromårstallene er dermed 1991, 2002 og 2112.

2. *C*. Arealet av en sirkel (πr^2) er proporsjonal med kvadratet av radien. Den store sirkelen har dermed 4 ganger så stort areal som den lille. Så hvis den lille sirkelen har areal A, så har den store sirkelen areal 4A. Arealet av det skraverte området blir dermed *3A*, slik at forholdet mellom skravert og ikke-skravert areal blir 3:1.

DAG 5

1. 9 mennesker er i et selskap. Når de skal gå, tar alle hverandre i hånden én gang. Hvor mange håndtrykk blir det i alt?

A) 9 B) 18 C) 32 D) 36 E) 72

2. Dersom kvadratroten til et tall ligger mellom 6 og 7, mellom hvilke to tall ligger da tredjeroten til tallet?

A)1 og 2 B) 2 og 3 C) 3 og 4 D) 4 og 5 E) 5 og 6

Løsninger

1. *D*. Hver av de 9 personene utfører 8 håndtrykk. $9 \cdot 8 = 72$, men siden det er to personer involvert i hvert håndtrykk, må vi dele med 2. Totalt blir det dermed $72 / 2 = 36$ håndtrykk.

2. *C.* Tallet må ligge mellom $6^2 = 36$ og $7^2 = 49$. Dermed ligger tallet også mellom $27\ (= 3^3)$ og $64\ (= 4^3)$, slik at tredjeroten av tallet må ligge mellom 3 og 4.

DAG 6

1. Arnfinn er litt klumsete når han bruker kalkulatoren. Istedenfor å multiplisere et positivt tall med 3, så deler han med 3, og istedenfor å ta kvadratroten av svaret, så kvadrerer han (dvs. opphøyer i 2. potens). Arnfinn får svaret 16. Hva er det korrekte svaret?

   A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 36

2. En natt kongen ikke fikk sove, gikk han ned til det kongelige kjøkken og fant en stor kake. Han spiste 1 / 8 av kaken. Litt senere ble dronningen sulten og spiste 1 / 6 av det som var igjen av kaken. Enda litt senere gikk prinsessen ned til kjøkkenet og spiste 1 / 7 av resten. Så kom prinsen og spiste 1 / 5 av det som fremdeles var igjen. Til slutt spiste hunden 1 / 4 av restene. Hvem spiste mest kake?

   A) kongen B) dronningen C) prinsessen D) prinsen E) hunden

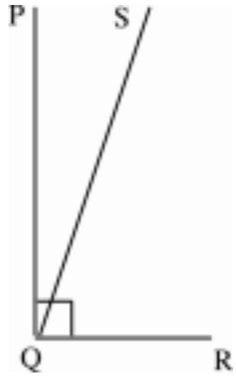
Løsninger:

1. *A.* Før kvadreringen må Arnfinn ha hatt tallet 4 på kalkulatoren, og dermed må han ha startet med tallet 12 (som delt med 3 gir 4). 12 multiplisert med 3 er 36, og kvadratroten av dette er 6 som er det korrekte svaret.

2. *B.* La oss tenke oss at kaken veide 1200 gram. Da spiste kongen 1200 / 8 = 150 gram og lot det bli igjen 1050 gram. Dronningen spiste 1050 / 6 = 175 gram og lot det bli igjen 875 gram. Prinsessen spiste 875 / 7 = 125 gram og lot det bli igjen 750 gram. Tilsvarende ser vi at prinsen og hunden hver spiste 150 gram. Dronningen var altså den som spiste mest av kaken.

DAG 7

1. 1. På figuren er $\angle SQR$ $50°$ større enn $\angle PQS$. Hvor stor er vinkelen $\angle PQS$?



A) 20° B) 25° C) 30° D) 50° E) 65°

2. Morten har kjøpt 6 penner, 5 fargepenner, 8 skriveblokker og 12 fargeark. En penn kostet 14 kroner, og en fargepenn 20 kroner. De andre varene var også priset i hele kroner. Hvilken av følgende er en mulighet for totalprisen?

A) 225 kr B) 250 kr C) 270 kr D) 300 kr E) 350 kr

Løsninger:

1. *A*. Vinkelen $\angle PQR$ er lik $90°$ Vi får dermed $90° = \angle PQS + \angle SQR = \angle PQS + (\angle PQS + 50°) = 2 \cdot \angle PQS + 50°$, som gir at $\angle PQS = (90° - 50°) / 2 = 20°$.

2. *D*. Hvis en skriveblokk koster A kroner og et farget ark koster B kroner blir totalprisen i kroner lik $6 \cdot 14 + 5 \cdot 20 + 8A + 12B = 184 + 8A + 12B$. Observer at dette tallet er 4 ganger $46 + 2A + 3B$ slik at totalsummen er nødt til å være delelig med 4. Det eneste av alternativene som er delelig med 4 er 300, som er mulig dersom en skriveblokk for eksempel koster 10 kroner og et farget ark 3 kroner.