



matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 28

DAG 1

1. Per og Kari kaster hver sin terning. Hva er sannsynligheten for at Karis terning viser mer enn Pers?
A) $1/6$ B) $1/3$ C) $1/2$ D) $3/8$ E) $5/12$
2. Hvis summen av de $3n$ første positive heltall er 150 mer enn summen av de n første positive heltall, hva er da n ?
A) 5 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

Løsninger:

1. E. Det er $\frac{1}{6}$ sannsynlighet for at terningene viser det samme. Ellers har Per og Kari like stor sannsynlighet for å kaste høyest. Sannsynligheten for at Kari får mest er dermed $\frac{1-\frac{1}{6}}{2} = \frac{\frac{5}{6}}{2} = \frac{5}{12}$.
2. B. Summen av de n første tallene er $1 + 2 + 3 + \dots + n$. Summen av de $2n$ neste er $(n + 1) + (n + 2) + \dots + 2n + (2n + 1) + (2n + 2) + \dots + 3n$. Oppgaven sier altså at den siste summen skal være 150. Hvis vi parrer første og siste ledd, andre og nest siste, osv, kan vi skrive summen som $(n + 1 + 3n) + (n + 2 + 3n - 1) + \dots + (2n + 2n + 1)$. Vi har her n parenteser, og i hver parentes står det $4n + 1$. Denne summen er altså lik $n(4n + 1)$, og skal dette bli 150, så må n være 6. ($n = -\frac{25}{4}$ er også en løsning av $n(4n + 1) = 150$, men det blir meningsløst.)

DAG 2

1. En sportsbutikk solgte et telt til 5000 kroner. Et stykke ut på sommeren bestemte butikksjefen seg for å sette ned prisen med 25%. Litt senere ga han ytterligere 10% rabatt på den nedsatte prisen. Hva var salgsprisen på teltet etter dette?
A) 3000 kr B) 3125 kr C) 3250 kr D) 3375 kr E) 3500 kr



2. Ivar står på perrongen på en jernbanestasjon. Et tog bruker 3 sekunder på å passere han. Like etter kommer et tog i motsatt retning, og det bruker 5 sekunder på å passere stedet der Ivar står. Hvis begge togene holder samme fart, hvor lang tid vil de bruke på å passere hverandre? (Dvs. tiden fra lokomotivene møtes, til de bakerste vognene har passert hverandre.)
- A) 1,8 s B) 2 s C) 2,4 s D) 4 s E) 8 s

Løsninger:

1. D. Etter at prisen var satt ned med 25% så kostet teltet $\frac{3}{4} \cdot 5000 = 3750$ kroner. Med 10% rabatt på dette, så blir prisen $3750 - 375 = 3375$ kroner.
2. D. Anta at togene har en fart på x m/s. Da er de to togene henholdsvis $3x$ og $5x$ meter lange. Fra togene møtes, må de til sammen kjøre $3x + 5x = 8x$ meter før de bakre vognene har passert hverandre. Siden togene til sammen har en fart på $x + x = 2x$ m/s, så vil dette ta $\frac{8}{2} = 4$ sekunder.

DAG 3

1. Rolf og Eva har sommerjobb i hver sin butikk. Rolf har en timelønn som er 50% høyere enn Evas. Rolf jobber 7 timer om dagen fra mandag til fredag og har fri i helgene, mens Eva jobber 9 timer om dagen fra mandag til lørdag. Hvem tjener mest per uke?
2. Hvor mange tall mellom 1000 og 9999 består bare av jevne sifre (0, 2, 4, 6, eller 8)?
- A) 500 B) 625 C) 1125 D) 2250 E) 4500

Løsninger:

1. Eva tjener mest. Rolf jobber $7 \cdot 5 = 35$ timer per uke, og Eva jobber $9 \cdot 6 = 54$ timer per uke. Hvis for eksempel Eva tjener 100 kroner og Rolf 150 kroner i timen, så vil Eva tjene 5400 kroner på en uke, mens Rolf vil tjene 5250 kroner.
2. A. Det er 4 muligheter for det første sifferet (2, 4, 6 eller 8), 5 muligheter for det andre sifferet (0, 2, 4, 6 eller 8), 5 muligheter for det tredje sifferet og 5 muligheter for det fjerde sifferet. Alle kombinasjoner av de mulighetene som er listet opp, gir tall mellom 1000 og 9999. Vi får dermed til sammen $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$ muligheter.



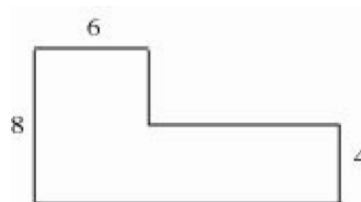
DAG 4

1. Marit skal arrangere et hageselskap, og planlegger å servere jordbær til dessert. Hun kjøper noen kurver jordbær i butikken, og serverer halvparten på selskapet. To tredjedeler av resten gir hun bort til noen gode naboer, og den siste kurven sparer hun til seg selv. Hvor mange kurver jordbær kjøpte Marit?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

2. Hvis arealet av området på figuren er 80, hva er da omkretsen?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48



Løsninger:

1. C. Marit kjøpte 6 kurver. Hun serverte 3 kurver på festen, og ga 2 kurver til naboene. For å komme fram til dette, kan vi regne baklengs: Den siste kurven må ha vært en tredjedel av det hun hadde igjen etter selskapet. Altså hadde hun 3 kurver igjen etter selskapet, og må ha hatt 6 kurver opprinnelig.
2. D. Trekk den lodrette streken som deler figuren i to rektangler. Det ene rektangelet har sider 8 og 6, og dermed areal 48, mens det andre rektangelet har en side som er 4 og en ukjent sidelengde. Dersom den ukjente sidelengden er x , så vil dette rektangelet ha areal $4x$, og figuren får totalt areal $48 + 4x$. Siden dette skal være lik 80, så må $x = 8$. Vi kan nå summere lengdene for alle de seks sidekantene til figuren, og får omkretsen $6 + 8 + 14 + 4 + 8 + 4 = 44$.

DAG 5

1. Hans kjøpte en bok med 20% rabatt. Etter å ha lest boka, syntes han den var så fin at han ville kjøpe en til som presang til en venninne. Denne gangen var boka nedsatt med 30% i forhold til opprinnelig pris (uten rabatt). Hans betalte til sammen 270 kroner for de to bøkene. Hva var bokas opprinnelige pris?

A) 165 kr B) 175 kr C) 180 kr D) 190 kr E) 197,50 kr



2. Hva er fjerdepotensen av $\sqrt{(1 + \sqrt{(1 + \sqrt{1})})}$?

- A) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ B) $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$ C) $1 + 2\sqrt{3}$ D) 3 E) $3 + 2\sqrt{2}$

Løsninger:

1. C. Hvis bokas opprinnelige pris var x kroner, så betalte Hans $0,8x + 0,7x = 1,5x$ kroner for bøkene. $1,5x = 270$ gir at $x = 180$.
2. E. Legg først merke til at $1 + \sqrt{1} = 2$, så vi kan forenkle uttrykket noe. Andrepotens av uttrykket får vi ved å fjerne det ytterste kvadratrottegnet. Vi står da igjen med $1 + \sqrt{2}$. Fjerdepotensen av det opprinnelige uttrykket blir da $(1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$.

DAG 6

1. Hvilket tall er slik at om vi trekker fra tre og så ganger med tre, så får vi det samme som om vi først trakk fra fire og så ganget med fire?
A) 6 B) 7 C) 9 D) 12 E) 15
2. Magnus sjonglerer med baller. Han kaster ballene opp annenhver gang med høyre og venstre hånd og holder en jevn rytme. Han holder aldri mer enn én ball i hver hånd. Hver ball er 1,1 sekunder i luften etter at den har blitt kastet. Når en hånd tar imot en ball, går det 0,3 sekunder til den blir kastet igjen, og deretter går det 0,1 sekunder til den neste ballen blir tatt imot. Med hvor mange baller sjonglerer Magnus?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 11

Løsninger:

1. B. La det søkte tallet være x . Da sier oppgaven at $3(x - 3) = 4(x - 4)$. Dette gir $3x - 9 = 4x - 16$ og vi får at $x = 7$.
2. D. Fra en ball blir kastet til neste gang samme ball blir kastet, går det $1,1 + 0,3 = 1,4$ sekunder. Fra en hånd kaster en ball til neste gang samme hånd kaster en ball, går det $0,3 + 0,1 = 0,4$ sekunder. Siden Magnus bruker begge hender og holder en jevn rytme, kaster han en ball for hvert 0,2 sekund. Siden det tar 1,4 sekunder for en ball å bli kastet på nytt, så sjonglerer Magnus med $\frac{1,4}{0,2} = 7$ baller.



DAG 7

1. Frode spiller poker, og får utdelt fire ruter og en spar. Han bytter bort sparen, og får utdelt et nytt kort. Hva er sannsynligheten for at Frode har fått flush? (Det spilles med en vanlig kortstokk med 52 kort. Flush vil si at alle kortene har samme farge, i dette tilfellet ruter.)

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{13}$

C) $\frac{9}{47}$

D) $\frac{13}{47}$

E) $\frac{9}{52}$

2. Uansett hvilke tall x og y er, så vil det alltid gjelde at $x^2 + y^2 \geq 2xy$. Kan du forklare hvorfor det er slik?

Løsninger:

1. C. Det er totalt 13 ruter i en kortstokk. Siden Frode har 4 av dem på hånden, er det 9 igjen ellers i kortstokken. Siden det er $52 - 5 = 47$ kort som Frode ikke har sett, så er sannsynligheten for å få en ruter $\frac{9}{47}$.
2. Hvis vi tar et tall og ganger det med seg selv, så får vi aldri noe negativt, altså $u^2 \geq 0$ uansett hva u er. Dermed må vi også ha at $(x - y)(x - y) \geq 0$ for alle tall x og y . Ganger vi ut parentesene, får vi $x^2 + y^2 \geq 2xy \geq 0$. Flytter vi over $2xy$, får vi $x^2 + y^2 \geq 2xy$.