

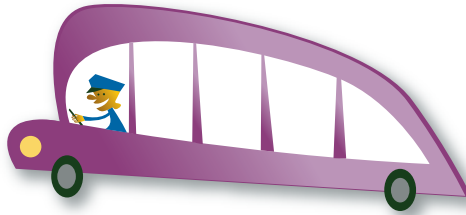
# Matematiske utfordringer

OPPGAVENE ER LAGD AV MATEMATISK INSTITUTT VED UNIVERSITETET I OSLO

Mia og Marius er i byen El Puerto de Santa Maria langt sør i Spania og besøker bestefar Jan. Han jobber for et norsk oljeselskap som bygger oljeplattformene sine der. De har vært heldige med været, det er strålende sol og så varmt at de tenker på å bade selv om temperaturen i vannet bare er 14 grader Celsius. For å komme til den gamle byen Cadiz må de først ta buss til jernbanestasjonen og deretter tog.

– Når er det egentlig bussene går? spør Marius.

– Godt spørsmål, svarer Mia, – de har noen rare rutetider her. Bussen gikk klokka 10.00, og deretter går de med 25 minutters mellomrom. Det er ikke så lett å holde rede på rutetidene siden det ikke finnes noen rutetabell.



Snart går de av bussen nede i byen. På begge sidene av gata vokser det appelsintrær som gjør gata om til en lang allé. Mens de venter på at toget skal gå, setter de seg ned og leker med appelsinene som har falt ned på bakken. Noen er oransje og modne, noen er nesten helt grønne. Plutselig sier Marius:

– Hei, se her, når jeg legger oddetall av appelsinene i dette mønsteret, danner de firkanter, og alle firkantene blir kvadrat. Kanskje det går an å lage en matematisk regel ut av mønsteret?

Etter å ha eksperimentert en stund utbryter Mia:

– Ja, selvsagt, nå ser jeg regelen. Jo flere oddetall, desto større kvadrat, og kvadratet kan brukes til å finne summen av oddetallene.

## Oppgave 1

Bussen hadde avgang presis klokka 10.00, og deretter er det 25 minutters mellomrom mellom avgangene. Hvor mange timer er det til neste gang bussen har avgang akkurat når klokka er hel?

Litt senere sitter de på toget og humper mot Cadiz.

– Her står det at Cadiz kanskje er Europas eldste by som fortsatt er bebodd, sier Marius og titter opp fra en brosjyre han har fått fatt på. – Den ble anlagt av fønikerne for over 3100 år siden. Fønikerne kom fra det som i dag er Libanon, pluss litt av Syria og Israel. De var nok veldig flinke til navigere, og oppdaget øyer som ligger langt ute i Atlanterhavet, Kapp Verde og Azorene.

– Det står også at det var fønikerne som la grunnlaget for det som er blitt vårt alfabet, sier Mia.

– Lurer på om de også var interessert i regning? Det står i alle fall om en tallrekke som ble funnet for noen år siden, og som antakelig går ut på å finne neste tall i rekken.

## Oppgave 3

Hvilket tall er det neste i denne rekken?

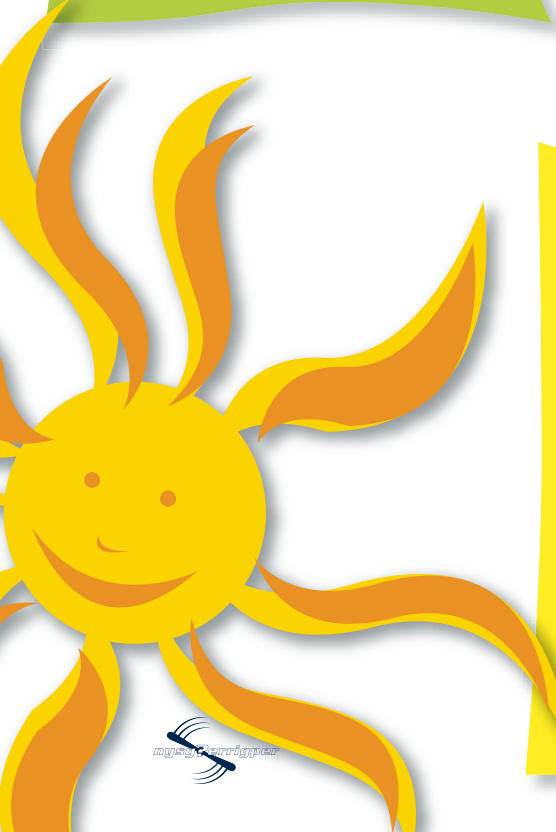


## Oppgave 2

Marius laget flere figurer av appelsinene, alle etter samme mønster som dette:



Kan du fortsette mønsteret og finne en regel for hvordan du kan finne summen av oddetallene, for eksempel  $1 + 3 + 5 + 7$ ?





Togturen hadde gått fort etter at de fordypet seg i oppgaven. Etter at de var framme i Cadiz, gikk de en liten tur på museet for å lære mer om fønikerne før de gikk for å bade.

Vannet i Atlanterhavet var ikke særlig varmt, så det føltes veldig godt å komme opp igjen. Etter badet ruslet de langs strandpromenaden og så ut over Atlanterhavet mot Amerika.

– Tenk, herfra reiste fønikerne ut på sine turer, mumler Marius mens han myser utover havet. Reiste ut i retning av ingenting og fant Kapp Verde-øyene og Azorene.

– Ja, og senere reiste Columbus ut på to av sine turer herfra, sier Mia.  
– Ikke rart at Cadiz ble en av Europas mest velstående byer, men det skulle en jammen ikke tro i dag.

– Nei, men det ser ut til å gå litt bedre nå, de pusser jo opp mye her. Der borte holder de på å plante palmer, sier Marius.  
– Skal vi stikke bort og se på?

– Ja, det kan vi jo gjøre. Se på den flotte parken her da, sier Mia.

Heldigvis er det en av gartnerne som kan engelsk. Han sier at de har 12 palmer som skal plantes, og at de lurte på hvordan de skal gjøre det.

– Vi tenkte at det kanskje kunne gjøres på en litt annen måte enn bare i to rekker. Har dere lyst til å være med og komme med forslag?

– Ja, gjerne, sier Mia, – vi liker godt slike oppgaver. 12 stykker, sa du. Hm, hva kan vi finne på for et lurt mønster da?

– Jeg har et forslag, sier Marius etter en stund og tegner i sanden.  
– Hvis dere planter dem slik, blir det 6 rette linjer med 4 palmer i hver linje. Er ikke det et morsomt mønster da?

– Strålende, svarer de andre.  
– Da planter vi dem slik, og så får dere komme tilbake om noen år og se hvordan det har blitt.

#### Oppgave 4

Kan du finne en måte å plante de 12 palmene på slik at det er 6 forskjellige rette linjer hvor det står 4 palmer i hver linje?



Etter dette reiser Mia og Marius tilbake til El Puerto de Santa Maria og gleder seg stort til bestefars paella.

## Løsninger på matematiske utfordringer:

1. 5 timer. Neste hel-avgang går klokka 15.00

(I forhold til halvtimesruter vinner de 5 minutter per avgang. For å vinne en hel time og komme til en ny avgang som går hel, må de derfor ha tolv 5-minutters gevinster. 12 halvtimer ville gitt 6 timer, og med en times gevinst betyr det at det er 5 timer mellom hver hel-avgang.)

2. Summen av oddetallene

$$1 = 1 = 1 \cdot 1$$

$$1 + 3 = 4 = 2 \cdot 2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3 \cdot 3$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 \cdot 4$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5 \cdot 5$$

Summen blir kvadrattallene. Dette kan ses fra at vi hele tiden lager kvadratiske figurer av appelsinene. Antallet appelsiner i en sidekant finnes ved å ta halvparten av summen av første og siste oddetall i figuren.

3. Rekken framkommer slik:

$$2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$2 \cdot 11 + 1 = 23$$

$$2 \cdot 23 + 1 = 47$$

$$2 \cdot 47 + 1 = 95$$

Neste tall er altså 95.

4. Palmene kan plasseres slik:

