

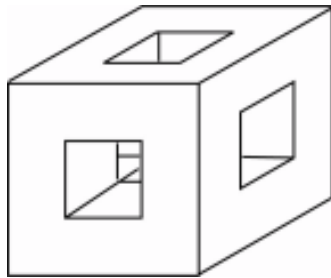


OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 9

DAG 1

1. Kjetil og Øystein skal kjøre fra Stavanger til Oslo i hver sin bil. Kjetil starter først og holder en konstant fart på 75 km/h. Øystein starter en time senere og holder en konstant fart på 80 km/h. Hvor mange timer må Øystein kjøre før han tar igjen Kjetil?
A) 7,5 timer B) 8 timer C) 15 timer D) 15,5 timer E) 16 timer
2. På figuren er det tegnet en terning med sider 3 meter. Mellom motstående sideflater er det boret hull med form som et kvadrat med side 1 meter. Kantene i hullet er parallelle med kantene i terningen, og hullet er midt på hver sideflate. Hvor stor er den totale overflaten, i kvadratmeter, av legemet nå?



- A) 48 B) 72 C) 78 D) 84 E) 96

Løsninger:

1. C. Når Øystein starter, ligger Kjetil 75 kilometer foran. For hver time kortes forspranget ned med 5 kilometer. Dermed tar det $\frac{75}{5} = 15$ timer for Øystein å ta igjen Kjetil.
2. B. For hver sideflate er det 8 kvadratmeter på ytterveggen og 4 kvadratmeter i hullet mellom ytterveggen og midten av kubens sideflate. Det blir 12 kvadratmeter for hver av de 6 sidene, totalt $12 \cdot 6 = 72$ kvadratmeter.

DAG 2

1. Et kvadratisk ark har sidelengde 20 cm. Så bretter vi arket på midten slik at vi får et rektangel. Så brettes dette rektangelet på midten slik at vi igjen får et kvadrat. Slik fortsetter vi til vi har brettet 6 ganger. Hva er sidelengden på det kvadratet vi da har?
A) 1,25 cm B) 1,66 cm C) 2,5 cm D) 3,33 cm E) 5 cm



2. 4 kvinner og 4 menn er i et selskap. Noen hilser på hverandre ved å trykke hverandre i hånden. Ingen hilser på hverandre mer enn en gang. Hvor mange håndtrykk må det minst utveksles for at det helt sikkert er to menn som har håndhilst på hverandre?

A) 17 B) 21 C) 22 D) 23 E) 25

Løsninger:

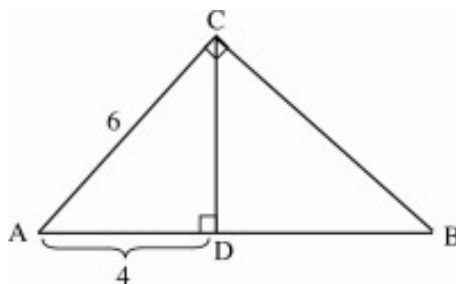
1. *C.* Hvert av kvadratene vil ha halvparten så store sidelengder som det forrige kvadratet. Etter 2 brett får vi altså et kvadrat med side 10 cm, etter 4 brett et med side 5 cm, og etter 6 brett står vi igjen med et kvadrat med sidelengde 2,5 cm.
2. *D.* Hvis alle kvinnene hilser på alle mennene, blir det $4 \cdot 4 = 16$ håndtrykk. Så kan vi la alle kvinnene hilse på hverandre, det blir 6 håndtrykk. Det er altså mulig å utveksle maksimalt 22 håndtrykk uten at to menn hilser på hverandre. For å være helt sikre på å få med et håndtrykk mellom to menn, må vi ha med ett til, altså 23 håndtrykk.

DAG 3

1. Trond går til butikken for å kjøpe melk og brus. Når han kommer ut, innser han at hvis han hadde kjøpt 1,5 liter mer brus, ville han ha hatt dobbelt så mye brus som melk, og hvis han hadde kjøpt 3 liter mer melk, ville han ha hatt dobbelt så mye melk som brus. Hvor mange liter drikke kjøpte han?

A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

2. På figuren er vinklene ACB og ADC begge 90° , AC er 6 cm og AD er 4 cm. Hvor mange cm er AB ?



A) 7 B) 8 C) 8,5 D) 9 E) 10



Løsninger:

1. *D.* Hvis vi sier at han kjøpte x liter melk og y liter brus, kan vi sette opp to likninger: $y + 1,5 = 2x$ og $x + 3 = 2y$. Setter vi inn $y = 2x - 1,5$ i den andre likningen, får vi $x + 3 = 2(2x - 1,5)$, som gir $6 = 3x$ eller $x = 2$. Han kjøpte altså 2 liter melk. Vi setter inn i $y = 2x - 1,5$ og får at han kjøpte 2,5 liter brus, til sammen 4,5 liter drikke.
2. *D.* Trekantene ABC og ACD er formlike, og det gir oss at $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$ som gir $AB = AC \cdot \frac{AC}{AD} = 6 \cdot \frac{6}{4} = 9$ cm.

DAG 4

1. Hvis summen av to tall er 17 og produktet av de samme to tallene er 60, hva er da de to tallene?
2. Hva er verdien av n i likningen $6^{6002} - 6^{6001} + 6^{6000} - 6^{5999} = n \cdot 6^{5999}$?
A) 5 B) 35 C) 126 D) 185 E) 1110

Løsninger:

1. Tallene er 5 og 12.
2. *D.* Alle leddene i likningen har 6^{5999} som faktor. Hvis vi deler på denne faktoren, får vi $6^3 - 6^2 + 6 - 1 = n$, eller $n = 216 - 36 + 6 - 1 = 185$.

DAG 5

1. Hildegunn og Kjersti har 20 sjokolader til sammen. Kjersti har én sjokolade mindre enn det dobbelte av Hildegunn. Hvor mange sjokolader har Hildegunn?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
2. Gjennomsnittet av 20 positive heltall er 20. Hva er det største mulige tallet vi kan ha blant disse?
A) 40 B) 361 C) 380 D) 381 E) 400

Løsninger:

1. *C.* Hvis Hildegunn har x sjokolader, har Kjersti $2x - 1$ sjokolader. Det blir $3x - 1$ sjokolader til sammen. Setter vi dette lik 20, får vi $3x - 1 = 20$, $3x = 21$, som gir $x = 7$. Hildegunn har altså 7 sjokolader.



2. *D.* Summen av alle de 20 tallene er $20 \cdot 20 = 400$. De 19 minste tallene må alle være minst 1, slik at det største tallet kan maksimalt være $400 - 19 = 381$.

DAG 6

1. Om en viss tid begynner det et TV-program Mari vil se. Om tre ganger så lang tid slutter programmet. Hvis programmet varer i 30 minutter, hvor lang tid er det til det slutter?
- A) 40 min B) 45 min C) 50 min D) 60 min E) 75 min
2. Skriv 1 000 000 (en million) som produktet av to positive heltall som ikke inneholder noen nuller.

Løsninger:

1. *B.* Hvis det er x minutter til programmet begynner, er det $3x$ minutter til det slutter. Derfor varer programmet i $2x$ minutter. $2x = 30$ gir $x = 15$, slik at det er $3 \cdot 15 = 45$ minutter til programmet er slutt.
2. Primtallsfaktoriseringen er: $1000000 = 10^6 = 2^6 \cdot 5^6$. Vi kan regne ut at $2^6 = 64$ og $5^6 = 15625$. Tall som har både 2 og 5 som faktor, vil slutte på null, så det finnes ingen andre positive løsninger. Eneste mulighet er altså faktoriseringen $1\ 000\ 000 = 64 \cdot 15625$.

DAG 7

1. Kåre leker med en elektrisk blyantspisser med to hastigheter. Hvis Kåre bruker den raskeste hastigheten, bruker blyantspisseren 1 minutt på å spise en hel blyant. Hvis han bruker den lave hastigheten, bruker blyantspisseren 2 minutter på å spise en hel blyant. Hvis han lar blyantspisseren gå på den raskeste hastigheten i 40 sekunder og så bytter til den lave hastigheten, hvor mange sekunder tar det totalt før blyanten er borte?
- A) 60 B) 70 C) 80 D) 100 E) 160
2. Fibonacci-tallene er en følge av tall som starter med 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 og er slik at ethvert tall er summen av de to forrige. Hvis vi utvider denne følgen mot venstre som vist under, hva blir da A?

A, B, C, D, E, F, G, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...



matematikk.org

Løsninger:

1. C . I løpet av de første 40 sekundene blir $\frac{2}{3}$ av blyanten borte. Den siste tredjedelen tar $\frac{2 \text{ min}}{3} = 40$ sekunder å bli kvitt, til sammen 80 sekunder.
2. Vi starter fra 1, 1 og regner bakover:
 $G + 1 = 1$ gir $G = 0$
 $F + 0 = 1$ gir $F = 1$
 $E + 1 = 0$ gir $E = -1$
 $D - 1 = 1$ gir $D = 2$
 $C + 2 = -1$ gir $C = -3$
 $B - 3 = 2$ gir $B = 5$
og
 $A + 5 = 3$ gir $A = -8$.