



matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 43

DAG 1

1. Line-Marie strikker et lilla skjerf. Skjerfet er 80 masker bredt, og det tar 1 sekund å strikke en maske. Det går 3 rader per centimeter, og skjerfet skal bli en meter langt. Hvor lang tid vil det ta for Line-Marie å strikke skjerfet?
A) 1 time 40 min B) 2 timer 30 min C) 4 timer D) 6 timer 40 min E) 9 timer 20 min
2. Ketil er dirigent for et kor, og han skal lære koret en ny sang. 40 av sangerne kan ikke denne sangen fra før, men for hver gjennomkjøring vil halvparten av de som ikke allerede kan sangen, lære seg sangen. Etter tredje gjennomkjøring kan 90 % av koret sangen. Hvor mange var det som kunne sangen fra før?
A) 0 B) 4 C) 10 D) 20 E) 50

Løsninger

1. D. Line-Marie må strikke $3 \cdot 80 = 240$ masker for at skjerfet skal bli en centimeter lengre. Dette vil ta $\frac{240}{60} = 4$ minutter. Dermed vil det ta 400 minutter = 6 timer og 40 minutter å strikke hele skjerfet.
2. C. Før Ketil starter første gjennomkjøring, er det 40 som ikke kan sangen. Etter første gjennomkjøring er det 20 som ikke kan sangen, og etter andre og tredje gjennomkjøring er det henholdsvis 10 og 5 som ikke kan sangen. Siden dette skal utgjøre $100 - 90 = 10\%$ av koret, består hele koret av 50 sangere. Dermed var det $50 - 40 = 10$ av sangerne som kunne sangen fra før.

DAG 2

1. Det nye kronestykket med hull ble tatt i bruk i 1997. Et slikt kronestykke er 1,7 mm tykt, og det har blitt laget omtrent 400 millioner slike kronestykker. Hvis alle disse kronestykkene blir stablet oppå hverandre, omtrent hvor høy ville stabelen bli?
A) 680 meter B) 6,8 km C) 68 km D) 680 km E) 6800 km



matematikk.org

2. Heidi skal lage en innhegning til en hest. Innhegningen skal være rektangulær og skal stå inntil en låvevegg. Heidi har materiale til 20 meter gjerde, og hun trenger ikke bruke noe av dette langs låveveggen. Hvor stor er den største innhegningen Heidi kan lage?
- A) $48 m^2$ B) $50 m^2$ C) $51 m^2$ D) $54 m^2$ E) $56 m^2$

Løsninger

1. *D.* Stabelen ville bli omtrent 680 millioner millimeter høy. En kilometer er det samme som 1000 meter, som igjen er det samme som 1 million millimeter. Altså blir stabelen omtrent 680 kilometer høy.
2. *B.* Heidi må altså lage gjerdet for tre av sidene til den rektangulære innhegningen. La oss si at lengden av siden som er parallell med låveveggen er x meter, og lengden av hver av de andre sidene er y meter. Siden vi vet at $x + 2y = 20$, er $x = 20 - 2y$. Arealet av innhegningen er $xy = (20 - 2y)y = 20y - 2y^2 = 50 - 2(y - 5)^2$. Siden kvadratet $(y - 5)^2$ aldri er negativt, ser vi at $50 m^2$ er det største mulige arealet. Dette oppnås når $y = 5$ og $x = 10$.

DAG 3

1. Et tall er det dobbelte av et annet tall. Det andre tallet er tre mer enn det dobbelte av det første. Hva er produktet av de to tallene?
- A) 2 B) 3 C) 4,5 D) 9 E) 18
2. Et aksjeselskap eies av herr Lur og herr Smart. Herr Lur eier 1,5 ganger så mange aksjer som herr Smart. De bestemmer seg for å selge deler av selskapet til herr Grådig for 250000 kroner, men på en slik måte at alle de tre sitter igjen med like stor del av selskapet etter salget. Hvordan skal de 250000 kronene fordeles mellom herr Lur og herr Smart?

Løsninger

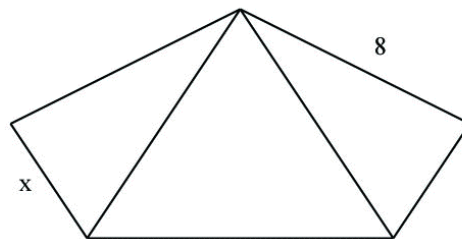
1. *A.* Hvis det første tallet er x , og det andre er y , så har vi likningene $x = 2y$ og $y = 2x + 3$. Setter vi den første likningen inn i den andre, får vi $y = 4y + 3$, som gir $y = -1$. Dermed er $x = -2$, og produktet av tallene er $(-1) \cdot (-2) = 2$.



2. Anta for eksempel at det totalt er 30 aksjer i selskapet (alle andre tall vil gi samme regning). Da eier herr Lur 18 aksjer og herr Smart 12 aksjer før salget. Etter salget må herr Lur, herr Smart og herr Grådig hver ha 10 aksjer. Herr Grådig betaler dermed 25000 kroner per aksje. Siden herr Lur avgir 8 aksjer, og herr Smart avgir 2 aksjer, bør de få henholdsvis 200000 kroner og 50000 kroner.

DAG 4

1. Solveig og Eva har til sammen 100 kroner. Solveig har tre femtedeler av det Eva har. Hvor mye har Solveig?
- A) 30 kr B) 33,33 kr C) 37,50 kr D) 40 kr E) 42,50 kr
2. Ta et ark som måler 10 x 20 cm, og brett det slik at to diagonalt motstående hjørner faller sammen. Det sammenbrettede arket ser nå ut som vist på figuren. Hvor lang er siden markert x ?



- A) 7,5 cm B) 8 cm C) $5\sqrt{2}$ D) $\left(\frac{10}{3}\right)\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{13}$

Løsninger

1. C. Hvis Eva har $5x$ kroner, så har Solveig $3x$ kroner. Siden $5x + 3x = 100$, får vi at $x = \frac{100}{8} = 12,50$. Dermed har Solveig $3 \cdot 12,50 = 37,50$ kr.
2. A. Sidekanten markert x er kateten i en rettvinklet trekant. Den andre kateten vet vi at er 10 cm, mens hypotenusen er $(20 - x)$ cm. Ved Pythagoras har vi nå: $x^2 + 100 = (20 - x)^2 = x^2 - 40x + 400$. Dette gir $40x = 300$, og dermed $x = 7,5$.



DAG 5

1. Sara bor for tiden i Paris, men skal feire jul hjemme i Oslo. Hun kan velge mellom to flyselskaper. Med det ene flyselskapet blir total reisetid tur/retur hjemstedet 7 timer og 30 minutter og koster 2700 kroner. Med det andre flyselskapet blir total reisetid 13 timer og 40 minutter, mens prisen her er 1990 kroner. Tid er penger for Sara, og hun verdsetter en time mindre reisetid til 120 kroner. Hvilket flyselskap bør Sara velge?
2. Per og Pål er på vei hjem fra trening og går forbi en pizzarestaurant. ”Kan vi ikke kjøpe en pizza,” sier Per. ”Pål svarer: ”OK, hvis du gir meg to tredjedeler av pengene dine, så får jeg akkurat nok til å kjøpe denne pizzaen til 180 kroner, og du har igjen akkurat nok til å kjøpe en stor flaske brus.” ”Nei, nei,” sier Per. ”Gi meg tre fjerdedeler av det du har, så får jeg akkurat råd til å kjøpe pizzaen, mens du har igjen akkurat nok til brusen.” Hvor mye koster brusflasken?
A) 15 kr B) 18 kr C) 25 kr D) 30 kr E) 36 kr

Løsninger

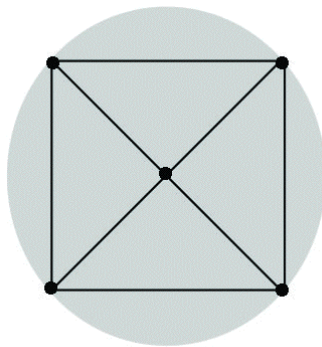
1. Sara bør velge det dyreste flyselskapet. Hun sparer 6 timer og 10 minutter på dette, og dette verdsetter hun til $6 \cdot 120 + \frac{120}{6} = 720 + 20 = 740$ kroner. Ved å velge det billigste flyselskapet sparer hun bare 710 kroner.
2. D. Hvis brusflasken koster x kroner, så har Per $3x$ kroner og Pål $4x$ kroner. Til sammen har de altså $7x$ kroner, som holder akkurat til en pizza og en brus. Dette gir likningen $7x = 180 + x$, og dermed $x = 30$.

DAG 6

1. Marius skal kjøpe en is til 12 kroner. I lommen har han en 20-krone, en 10-krone, en femmer, et kronestykke og en femtiøring. Hvis han tar to mynter tilfeldig opp av lommen, hva er sannsynligheten for at det er nok til å betale for isen?
A) 25% B) 30% C) 40% D) 50% E) 60%



2. Tegn en sirkel, avmerk to punkter på sirkelbuen, og trekk linjen mellom de to punktene. Dette deler sirkelskiven inn i 2 områder. Hvis du avmerker et punkt til på sirkelbuen, og trekker alle linjer som forbinder to av punktene, blir sirkelskiven inndelt i 4 områder. Hvis du legger til enda et punkt, og trekker alle forbindelseslinjer, får du 8 områder (se figur). Med 5 punkter, vil du få 16 områder. Hvor mange områder vil sirkelskiven bli inndelt i dersom du markerer 6 punkter og trekker alle forbindelseslinjer? (For ekspertene: Hvor mange områder får du dersom du starter med N punkter?) Vi antar at det ikke finnes noe punkt inni sirkelen der tre eller flere linjer treffer hverandre.



- A) 21 B) 27 C) 31 D) 32 E) 64

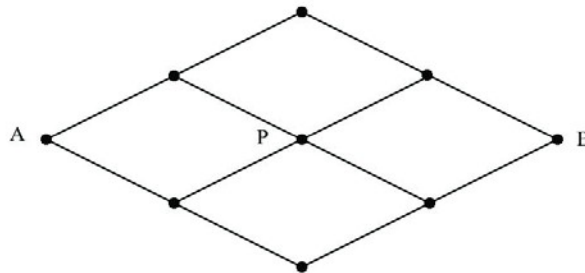
Løsninger

1. *D.* For å få nok penger, må Marius enten ta opp en 20-krone sammen med en annen mynt (4 muligheter), eller en 10-krone sammen med en femmer. Det er totalt 10 muligheter til å ta ut to mynter av de fem han har i lommen (4 der 20-kronen er den største, 3 der 10-kronen er den største, 2 der femmeren er størst, og 1 der kronestykket er størst), og 5 av disse gir nok penger til isen. Sannsynligheten blir dermed $\frac{5}{10} = 50\%$.
2. *C.* Til tross for at det blir 1, 2, 4, 8 og 16 områder med henholdsvis 1, 2, 3, 4 og 5 markerte punkter, så blir det bare 31 (og ikke 32) områder dersom du starter med 6 punkter. Tegn opp og se selv. Med N punkter vil sirkelskiven bli inndelt i $\frac{N^4 - 6N^3 + 23N^2 - 18N + 24}{24}$ områder.



DAG 7

1. Figuren viser stiene i en park. Hvis du står i punktet merket A , og ønsker å gå raskest mulig til B på stiene, så har du flere muligheter. Hvor stor andel av disse mulighetene går gjennom punktet P ?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$
2. Hva er sannsynligheten for å få summen 8 hvis du kaster to terninger?
- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{2}{13}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{5}{36}$

Løsninger

1. *D.* Det er 6 mulige raskeste veier fra A til B , og 4 av disse går gjennom punktet P . Andelen av veier gjennom P er dermed $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
2. *E.* Det er 6 mulige utfall for den ene terningen, og 6 mulige utfall for den andre. Totalt er det dermed 36 muligheter. Det er bare 5 måter å oppnå summen 8 ($2 + 6$, $3 + 5$, $4 + 4$, $5 + 3$ og $6 + 2$), så sannsynligheten blir dermed $\frac{5}{36}$.