



matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 18

DAG 1

1. Arne, Birger og Christian har i gjennomsnitt 100 kroner. Arne har like mye som Birger og Christian til sammen. Hvor mye har Arne?
A) 100 kr B) 150 kr C) 200 kr D) 250 kr E) 300 kr
2. Fru Hansen tar bussen til jobben hver morgen. Ved bussholdeplassen like ved der hun bor, stopper det to bussruter, A og B , og for fru Hansen spiller det ingen rolle hvilken av bussrutene hun bruker. Begge bussrutene kjører så ofte som 6 ganger i timen. Fru Hansen har derfor ikke sett det bryet verd å lære seg rutetidene, men går bare bort til holdeplassen når hun er klar. Etter å ha reist til jobben på denne måten i noen måneder, så har det vist seg at hun kjører mye oftere med rute A enn med rute B . Faktisk har hun kjørt med rute A omtrent fire ganger så mye som med rute B . Hvordan kan dette forklares?

Løsninger

1. B . Siden de i gjennomsnitt har 100 kr, må de ha 300 kr til sammen. Arne har halvparten av dette, mens Birger og Christian til sammen har den andre halvparten. Arne har altså 150 kr.
2. Forklaringen er at rute B har avgang to minutter etter rute A . De eneste gangene Fru Hansen får reist med rute B , er når hun tilfeldigvis kommer til holdeplassen mindre enn to minutter etter at rute A har kjørt.

DAG 2

1. En snor var 12 meter lang. Først ble $1/3$ av snoren klippet av. Deretter ble 25% av den gjenværende snoren klippet av. Resten av snoren ble formet som et kvadrat. Hva var arealet av dette kvadratet?
A) 2 m^2 B) $2,25 \text{ m}^2$ C) $2,33 \text{ m}^2$ D) $2,50 \text{ m}^2$ E) 3 m^2
2. Et primtall på formen $2^m - 1$ kalles et Mersenne-primtall. Det har til nå blitt funnet 39 slike tall, og det største er $2^{13466917} - 1$. Dette er også det største primtallet man kjenner til. Det ble oppdaget i november 2001, og består av over 4 millioner sifre dersom man skulle skrive ut tallet. Kan du forklare hvorfor $2^{13466918} - 1$ ikke er et Mersenne-primtall?

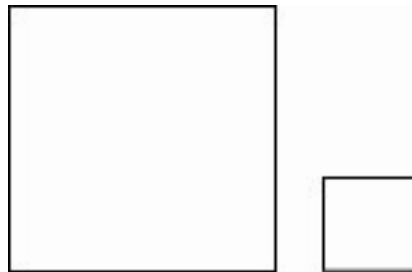


Løsninger

1. *B.* En tredjedel av 12 er 4, så etter den første klippingen er det 8 meter igjen. 25% av dette er 2 meter, så etter den andre klippingen gjenstår 6 meter av snoren. Kvadratet med dette som omkrets må ha en sidelengde på 1,5 meter, og arealet blir dermed $1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ m}^2$.
2. Siden eksponenten er et partall, kan vi skrive tallet på formen $(2^t)^2 - 1$. Dette kan faktoriseres som $(2^t - 1)(2^t + 1)$ og er dermed ikke et primtall.

DAG 3

1. Hvor mange positive heltall mindre enn 100 er det som er delelig med både 3 og 5?
A) 6 B) 8 C) 15 D) 33 E) 50
2. Det er gitt to kvadratiske arker der sidelengden i det ene arket er tre ganger så stor som sidelengden i det andre. Hvordan kan man klippe opp det store kvadratet langs rette linjer, slik at det lille kvadratet sammen med alle bitene fra det store kan settes sammen til et større kvadrat?

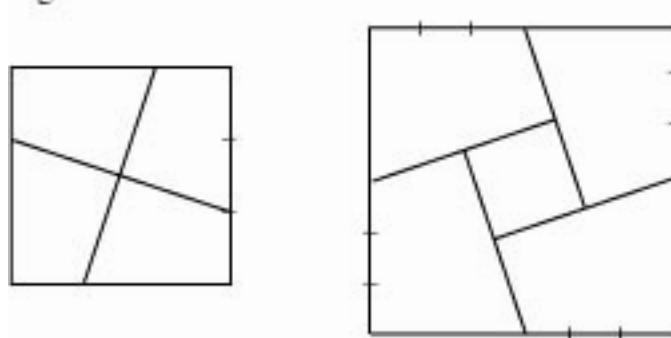


Løsninger

1. *A.* At et tall er delelig med både 3 og 5, er det samme som å si at tallet er delelig med 15. De første slike tall er 15, 30, 45, 60, 75 og 90, altså 6 stykker som er mellom 0 og 100.



2. Den enkleste måten å gjøre det på er vist på figuren under. Det finnes også andre måter, men da må man klippe flere ganger.



DAG 4

1. Eva var på handletur i byen. Først brukte hun halvparten av pengene sine i en klesbutikk. Deretter spiste hun lunsj for 60 kroner. To tredjedeler av det hun hadde igjen, ble brukt til å kjøpe dagligvarer. Mens Eva spaserte hjem, oppdaget hun at hun bare hadde 70 kroner igjen. Hvor mye hadde Eva med seg på handleturen?
- A) 420 kr B) 540 kr C) 600 kr D) 760 kr E) 810 kr
2. I et land er det to dødsdømte fanger, A og B . En dag bestemmer keiseren at en av de to fangene skal benådes, men først må han vinne en duell med den andre fangen. Duellen foregår slik: A og B plasseres på 50 meters avstand, og de får hver sin pistol med ubegrenset antall patroner. Først skal A skyte på B én gang. Hvis A bommer, er det B sin tur til å skyte. De fortsetter å skyte annen hver gang, og den som treffer først vil bli benådet. B er litt flinkere enn A til å skyte. Når A skyter, har han 30% sjanse for å treffe, mens B har 40% sjanse. Hvem har størst sjanse for å bli benådet?

Løsninger

1. B . Før Eva kjøpte dagligvarer, må hun ha hatt $3 \cdot 70 = 210$ kroner. Før hun spiste lunsj, må hun ha hatt $210 + 60 = 270$ kroner, og dermed må hun ha startet handleturen med $2 \cdot 270 = 540$ kroner.
2. A har størst sjanse. La oss se hvor store sjanser de har til å treffe med sitt første skudd: A har 30% sjanse. Men med 70% sannsynlighet vil A bomme, og B vil få sjansen. Sannsynligheten for at B treffer med sitt første skudd er dermed 40% av 70% som er 28%. A har altså litt større sannsynlighet enn B for å treffe med første skudd. Hvis begge overlever, så vil helt tilsvarende A ha litt større sannsynlighet enn B for å treffe med skudd nummer to, osv. Det er altså mest sannsynlig at det er A som blir benådet.



DAG 5

- Hvor mye er 7 delt på en syvendedel?
A) 0 B) $1/7$ C) 1 D) 14 E) 49
- Det er gitt to poser, A og B . A inneholder én hvit og én sort kule, mens B inneholder én hvit og to sorte kuler. En av posene velges tilfeldig, og en tilfeldig kule tas ut av posen. Kula er hvit. Hva er sannsynligheten for at A var den valgte posen?
A) 40% B) 50% C) 58,3% D) 60% E) 66,7%

Løsninger

- $E. 7 / (1 / 7) = 7 \cdot 7 = 49.$
- $D.$ I utgangspunktet er sannsynligheten for at A blir valgt $1 / 2$, og tilsvarende for B . Sannsynligheten for at vi tar en hvit kule ut fra A , er dermed $1 / 2 \cdot 1 / 2 = 1 / 4$, og sannsynligheten for at vi tar en hvit kule ut fra B , er $1 / 2 \cdot 1 / 3 = 1 / 6$. Til sammen er det altså $1 / 4 + 1 / 6 = 5 / 12$ sjanse for at den uttrukne kula er hvit. Det er $1 / 4 = 3 / 12$ sjanse for at en hvit kule trekkes ut fra A , og dette utgjør $3 / 5 = 60\%$ av de tilfellene der den uttrukne kula er hvit.

DAG 6

- Renhet av gull måles i karat. Karat betyr tjuetredel, så rent gull er 24 karat. Hvis prisen på gull er 90 kroner per gram, hvor mye blir da metallverdien på en gullring på 18 karat som veier 6 gram?
A) 270 kr B) 360 kr C) 405 kr D) 540 kr E) 810 kr
- Ragnar og Nils sitter i landsstyret i et idrettsforbund med flere tusen medlemmer. En dag må de sende brev til alle medlemmene. Den tidkrevende delen av jobben er å legge ark i konvoluttene. Hvis Ragnar jobber alene, vil han bruke 7 timer på dette, men med hjelp av Nils tar det bare 3 timer. Hvor lang tid ville Nils brukt på jobben dersom han jobbet alene?
A) 4,2 timer B) 4,9 timer C) 5 timer D) 5,25 timer E) 5,6 timer

Løsninger

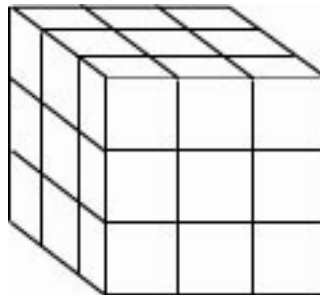
- $C.$ 18 karat tilsvarer $18/24 = 75\%$ rent gull. Ringen består dermed av 4,5 gram rent gull, og verdien av dette er $4,5 \cdot 90 = 405$ kroner.



2. *D.* La oss si at det er 2100 medlemmer. (Alle andre tall vil gi samme svar, men 2100 gir litt enklere regning.) Siden Ragnar bruker 7 timer på jobben alene, kan han pakke 300 konvolutter per time. Når Ragnar og Nils jobber sammen, pakker de $2100 / 3 = 700$ konvolutter per time. Altså pakker Nils 400 konvolutter per time, og han vil da bruke $2100 / 400 = 5,25$ timer på jobben dersom han var alene.

DAG 7

1. Summen av to tall er dobbelt så stor som differensen mellom tallene. Hvis det største tallet er 24, hva er da det minste tallet?
- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20
2. Det er lett å kutte opp en terningformet kake i 27 mindre terninger ved hjelp av 6 rette kutt (se figur). Men anta nå at du etter hvert kutt kan flytte rundt på delene av kaken før du gjør neste kutt. Kan du da greie å dele kaken i 27 like store terninger med bare 5 kutt?



Løsninger

1. *B.* Hvis det minste tallet er x , så forteller oppgaven at $24 + x = 2 \cdot (24 - x)$. Ordner vi litt på dette, får vi $24 + x = 48 - 2x$, som gir $3x = 24$, og dermed $x = 8$.
2. Nei. Den midterste av de 27 terningene har 6 sideflater som det må kuttet langs. Man kan bare kutte langs en av disse sideflatene om gangen, så 6 kutt er minimum for å dele kaken i 27.