



matematikk.org

## OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

### SETT 12

#### DAG 1

- Hvilket av følgende tall er delelig med 9?  
A) 309      B) 456      C) 696      D) 783      E) 939
- To esker inneholder to røde og to hvite kuler hver. Vi tar en tilfeldig kule fra den ene esken og legger i den andre. Deretter tar vi en tilfeldig kule fra den andre esken og legger i den første esken. Hva er sannsynligheten for at den opprinnelige fargesammensetningen er bevart?  
A) 25%      B) 40%      C) 50%      D) 60%      E) 75%

#### Løsninger:

- D.* Et tall er delelig med 9 hvis summen av sifrene er delelig med 9. Summen av sifrene i tallene over er henholdsvis 12, 15, 21, 18 og 21, så bare tallet 783 er delelig med 9.
- D.* Etter at vi har tatt en kule fra den første esken og lagt i den andre, så har den andre esken 5 kuler. 3 av disse kulene har samme farge som den vi tok fra den første esken. Sannsynligheten for at denne fargen blir lagt tilbake er dermed  $\frac{3}{5} = 60\%$ .

#### DAG 2

- Hans og Grete er til sammen 63 år. Hans er dobbelt så gammel som det Grete var da Hans var så gammel som Grete er nå. Hvor gammel er Hans?  
A) 32 år      B) 36 år      C) 38 år      D) 40 år      E) 42 år
- Hvilket av følgende tall er ikke delelig med 11?  
A) 1111      B) 2332      C) 4334      D) 6565      E) 8063

#### Løsninger:

- B.* Hvis Hans er  $x$  år og Grete er  $y$  år, så er altså  $x + y = 63$ , og aldersforskjellen mellom Hans og Grete er  $x - y$  år. Da Hans var  $y$  år (Gretes alder), var Grete  $y - (x - y) = 2y - x$  år. Vi får dermed likningen  $x = 2(2y - x) = 4y - 2x = 4y - 2x$ , som gir at  $3x = 4y$ . Siden  $4x + 4y = 4 \cdot 63 = 252$  får vi  $7x = 252$ , som gir  $x = 36$ .





2. *D*. Et tall er delelig med 11 hvis den alternerende summen av sifrene er delelig med 11. (Den alternerende summen er summen av sifrene, men med minus foran annethvert siffer.) For tallene i oppgaven så blir disse summene henholdsvis  $1 - 1 + 1 - 1 = 0$ ,  $2 - 3 + 3 - 2 = 0$ ,  $4 - 3 + 3 - 4 = 0$ ,  $6 - 5 + 6 - 5 = 2$ ,  $8 - 0 + 6 - 3 = 11$ . Dermed ser vi at det bare er tallet 6565 som ikke er delelig med 11.

### DAG 3

1. Hva er sannsynligheten for å få summen 7 hvis du kaster to terninger?

A)  $\frac{1}{5}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{1}{7}$       D)  $\frac{1}{10}$       E)  $\frac{1}{12}$

2. Per og Kari var på vei opp trappene i et tårn. Per var hele tiden 52 trappetrinn foran Kari. Da Per var kommet halvveis opp, sa han til Kari: "Når jeg er helt oppe, er du kommet tre ganger så langt som du er nå." Hvor mange trappetrinn var det til sammen?

A) 104      B) 156      C) 208      D) 260      E) 312

#### Løsninger:

1. *B*. Tenk deg først at du kaster den ene terningen. Uansett utfallet så er det nøyaktig én side på den andre terningen som må komme opp for å gi sum 7. Sannsynligheten blir dermed  $\frac{1}{6}$ .
2. *C*. Anta at det er  $N$  trinn totalt.  $N$  år Per er kommet halvveis opp, har han tatt  $\frac{N}{2}$  trinn, og Kari har da tatt  $\frac{N}{2} - 52$  trinn.  $N$  år Per er kommet helt opp, har han tatt  $N$  trinn og Kari  $N - 52$  trinn. Siden Kari da er kommet tre ganger så langt, er  $N - 52 = 3\left(\frac{N}{2} - 52\right)$ . Hvis vi løser denne likningen, finner vi at  $N = 208$ .

### DAG 4

1. Hvor mange mennesker trengs for at det helt sikkert skal være minst to av dem som er født i samme måned?

A) 12      B) 13      C) 24      D) 25      E) 26

2. Kjell har 9 tilsynelatende like gullmynter. Men så får han vite at én av dem er falsk og er litt lettere enn de andre. Kjell har en gammel skålvækt med to skåler. Hvordan kan Kjell finne den falske mynten med bare to veiinger?

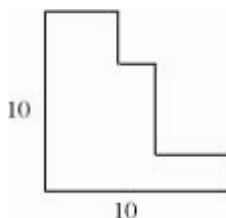


**Løsninger:**

1. *B.* Hvis det bare er 12 mennesker, så kan det hende at de er født i hver sin måned. Men med 13 mennesker så må helt sikkert noen være født i samme måned.
2. Han legger først 3 mynter på den ene skålen og 3 på den andre. Hvis vekten gir utslag, vet han at den falske mynten er blant de 3 som er lettest. Hvis vekten er i balanse, vet han at den falske er blant de 3 han ikke veide. Så tar han ut 2 av de 3 myntene som inneholder den falske og veier disse mot hverandre. Hvis vekten gir utslag, så er den letteste falsk, hvis ikke er den tredje mynten falsk.

**DAG 5**

1. På figuren er alle vinklene rette og det er oppgitt lengden av to av sidene. Hva er omkretsen til denne figuren?



- A) Mindre enn 40    B) 40    C) Mellom 40 og 50    D) Mellom 60 og 80    E) 80
2. Fyll inn sifre forskjellig fra 0 i feltene slik at følgende utsagn blir korrekt: \_\_ % \_\_ \_\_ \_\_ av er lik 2000.

**Løsninger:**

1. *B.* Den totale lengden av de vannrette linjene er 20, og det samme gjelder for de loddrette. Omkretsen blir dermed 40.
1. Den eneste muligheten er: 64% av 3125 er lik 2000. For å komme fram til dette innfører vi ukjente  $x$  og  $y$  slik at  $x$  % av  $y$  er 2000, dvs.  $\frac{xy}{100} = 2000$  eller  $xy = 200000$ . Primtallsfaktoriseringen av 200000 er  $2^6 \cdot 5^5$ . Et tall som har både 2 og 5 som faktor vil ende på 0, så for at  $x$  og  $y$  ikke skal inneholde nuller må vi ha at  $x = 2^6$  og  $y = 5^5$ .



## DAG 6

1. I en eske ligger det et antall kuler som alle er farget enten rød, gul eller blå. Det er minst én kule av hver av de tre fargene. For hver kule i esken finnes det nøyaktig 6 andre som er av samme farge. Hvor mange kuler er det i esken?  
A) 18      B) 19      C) 21      D) 24      E) 36
2. Tallene fra 1 til 6 skrives ned i en tilfeldig rekkefølge. Hva er sannsynligheten for at det 6-sifrede tallet vi får er delelig med 6?  
A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{5}{6}$

### Løsninger:

1. C. Det må være 7 kuler av hver av de 3 fargene. Totalt blir det dermed  $3 \cdot 7 = 21$  kuler.
2. C. Summen av sifrene i tallet er 21. Siden dette er delelig med 3, er også tallet selv delelig med 3. Hvis siste siffer er 2, 4 eller 6, så er tallet delelig med 2 og dermed også delelig med  $2 \cdot 3 = 6$ . Sannsynligheten for at siste siffer er 2, 4 eller 6 er like stor som at det er 1, 3 eller 5, altså blir sannsynligheten  $50\% = \frac{1}{2}$ .

## DAG 7

1. Prisen på en vare settes opp med 55 kroner. Når varen etter en stund kommer på tilbud med 20% rabatt har den fått igjen sin opprinnelige pris. Hva koster varen på tilbud?  
A) 165 kr      B) 220 kr      C) 275 kr      D) 295 kr      E) 325 kr
2. Et svømmebasseng er 12 meter langt og 5 meter bredt. Vanddybden er 1 meter på den ene kortsiden og 3 meter på den andre. Bunnen i bassenget heller jevnt fra den ene siden til den andre. Hvor mange kubikkmeter vann er det i bassenget?  
A) 90      B) 108      C) 120      D) 144      E) 150

### Løsninger:

1. B. Hvis varen uten rabatt kostet  $x$  kroner, så sier oppgaven at 55 er lik 20% av  $x$ . Det vil si at  $55 = \frac{x}{5}$  som gir  $x = 275$ . Varens opprinnelige pris, og dermed også tilbudspris, var altså  $275 - 55 = 220$  kroner.



matematikk.org

2. C. Siden bunnen heller jevnt, er den gjennomsnittlige vanddybden 2 meter. Arealet av overflaten er  $12 \cdot 5 = 60$  kvadratmeter, så volumet av alt vannet blir dermed  $60 \cdot 2 = 120$  kubikkmeter.

