



## Matematisk julekalender for 8. - 10. trinn, 2009

Årets julekalender for 8.-10. trinn består av 9 enkeltstående oppgaver med tilsammen 14 svar. Oppgavene kan løses uavhengig av hverandre, og alle svar tilsvarer en bokstav. Bokstavene finner dere i bokstavtabellen sist i oppgavesettet. Det er altså 14 svar i årets kalender og hvert svar skal oversettes til en bokstav. Når dere har alle 14 bokstavene skal disse settes sammen til et norsk ord, og det er dette ordet som er løsningen på julekalenderen for 8.-10. trinn. Oppgavene er nummerert, men rekkefølgen har ingenting å si. Bokstavene må uansett stokkes om – stikkord for årets løsning er “læren om avbildning”.

Opplegget kan passe til en kosetime før jul, eller klassene kan velge å løse noen oppgaver hver dag i desember. Dersom klassen skal bruke opplegget i én kosetime kan det lønne seg å dele opp i grupper og dele ut oppgaver slik at alle oppgavene blir forsøkt løst i løpet av timen. De ”letteste” oppgavene kommer først.

Klasser som ønsker å konkurrere om å vinne premier må sende inn løsningsordet i en e-post til [8-10trinn-jul2009@matematikk.org](mailto:8-10trinn-jul2009@matematikk.org) innen fredag 8. januar 2010.

Innholdet i e-posten må være:

### Løsningsord

**Klasse(r):**

**Antall elever som har deltatt:**

**Kontaktpersons e-postadresse:**

**Skole:**

**Skolens postadresse:**

**Innsendingsfrist for konkurransen er 8. januar 2010.**

Vinnerne offentliggjøres via startsidene, [www.matematikk.org](http://www.matematikk.org) 12. januar kl. 12.00.

Spørsmål kan sendes til [post@matematikk.org](mailto:post@matematikk.org).

**Lykke til med oppgavene, og god jul!**

Opgavene er laget av [matematikk.org](http://matematikk.org)



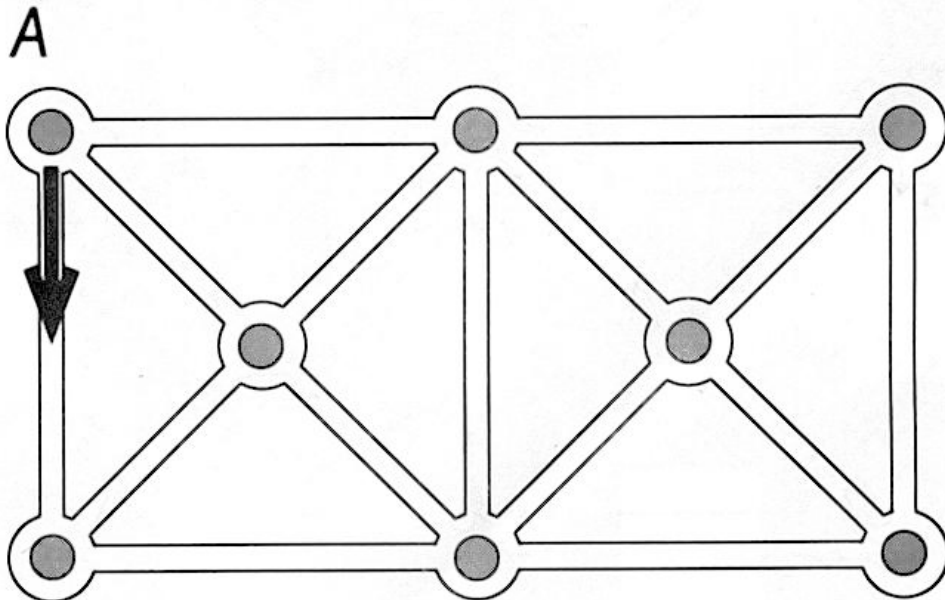
### Oppgave 1

Tre forskjellige hele tall har sum 1 og produkt 36. Hvilke er de tre tallene?

### Oppgave 2

Jeg starter fra punkt A, i figuren under, og går i den retningen pila peker. Ved første veikryss tar jeg første vei til venstre, ved neste veikryss tar jeg første vei til høyre, ved det tredje veikrysset tar jeg første vei til venstre igjen og slik fortsetter jeg med å velge venstre og høyre annenhver gang jeg kommer til et veikryss. Når jeg kommer tilbake til A, hvor mange veier har jeg gått da?

En vei er strekningen mellom to veikryss.



### Oppgave 3

Om  $P$  er et positivt heltall og  $Q$  er et negativt heltall, hvilken av summene under er størst?

$P-Q$

$Q-P$

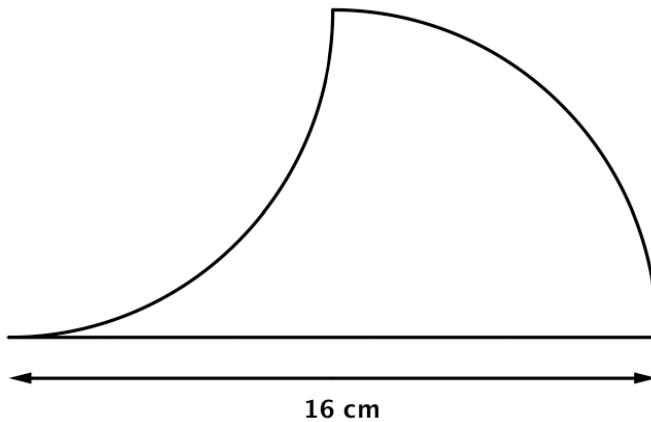
$P+Q$

$-P-Q$



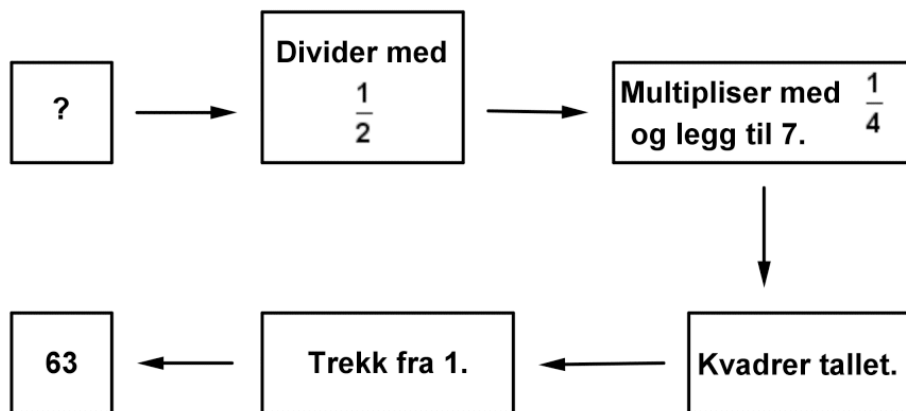
#### Oppgave 4

Denne figuren er laget av en 16 cm rett linje og to like store kvarte sirkler. Den ene sirkelen har sentrum på linjens midtpunkt. Hva er arealet til figuren?



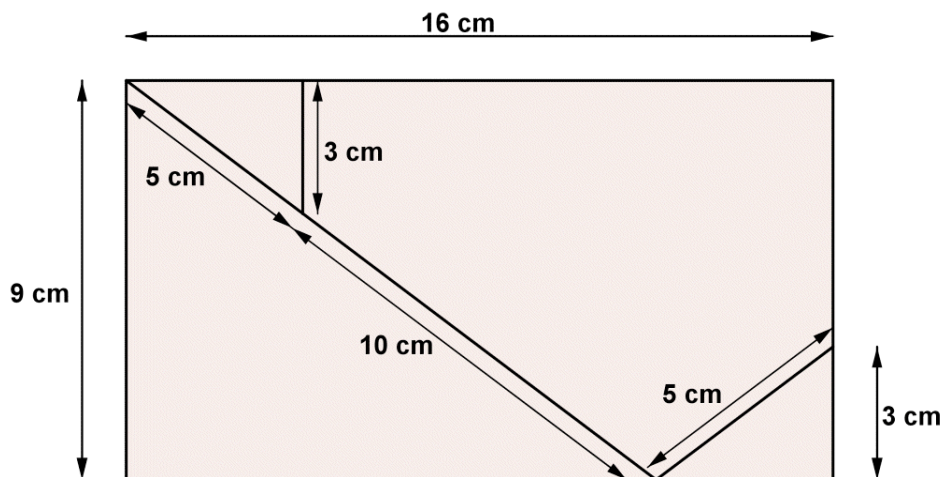
#### Oppgave 5

Hvilket tall skal spørsmålstegnet byttes ut med?



#### Oppgave 6

Et 9 ganger 16 - rektangel skal deles opp som vist på figuren og settes sammen til et kvadrat. Alle bitene i rektangelet skal brukes i kvadratet. Hva blir omkretsen til kvadratet?



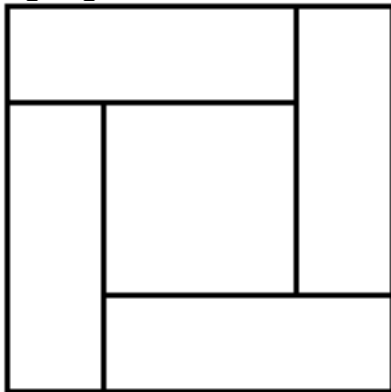


### Oppgave 7

I en krukke ligger det fire lapper med tall på. Alle tallene er hele, noen kan muligens være like. Vi får vite at dersom vi trekker ut to lapper så vil summen av de to tallene alltid være 17, 20 eller 23. Hvilke fire tall står på lappene?

### Oppgave 8

Et kvadrat er delt opp i fire kongruente rektangler og et mindre kvadrat som vist på tegningen.



Arealet av det minste kvadratet er  $\frac{1}{4}$  av arealet til det største kvadratet. Hva er forholdet mellom lengden til den korteste siden i rektangelet og den lengste siden i rektangelet?

### Oppgave 9

Dersom  $2x + y = 13$  og  $x + 2y = 11$ , hva blir da  $x + y$ ?



## BOKSTAVTABELL

Svar	Tilsvare bokstav	Svar	Tilsvare bokstav	Svar	Tilsvare bokstav
P-Q	<b>S</b>	$\frac{\pi}{2}$	<b>V</b>	13	<b>K</b>
Q-P	<b>N</b>	$\frac{3\pi}{4}$	<b>H</b>	15	<b>G</b>
P+Q	<b>T</b>	2	<b>J</b>	17	<b>F</b>
-P-Q	<b>L</b>	3	<b>U</b>	19	<b>K</b>
1:2	<b>M</b>	4	<b>D</b>	32	<b>P</b>
1:3	<b>S</b>	5	<b>B</b>	36	<b>T</b>
1:4	<b>N</b>	6	<b>E</b>	40	<b>L</b>
- 4	<b>U</b>	7	<b>U</b>	48	<b>L</b>
- 3	<b>Æ</b>	8	<b>N</b>	54	<b>E</b>
- 2	<b>O</b>	9	<b>T</b>	60	<b>I</b>
- 1	<b>E</b>	10	<b>N</b>	62	<b>F</b>
$\frac{\pi}{3}$	<b>P</b>	11	<b>T</b>	64	<b>R</b>



### KOMMENTARER/TIPS og svar på oppgavene

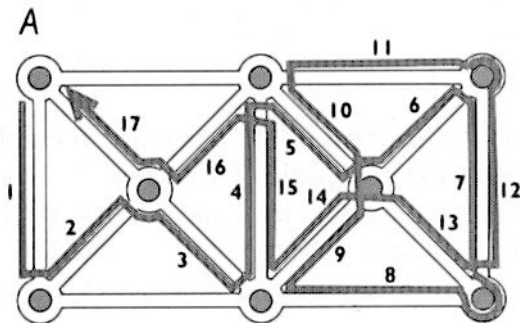
#### Oppgave 1

Start med å faktorisere produktet. Husk vi er på jakt etter tre forskjellige hele tall,  $36 = 6 \cdot 6 = 6 \cdot 3 \cdot 2$ .

Nå har vi tre forskjellige heltall hvor produktet blir 36, men summen blir ikke 1. Hva med  $36 = 6 \cdot (-3) \cdot (-2)$ ? Dette stemmer, for summen blir 1.

#### Oppgave 2

Antall veier er 17.



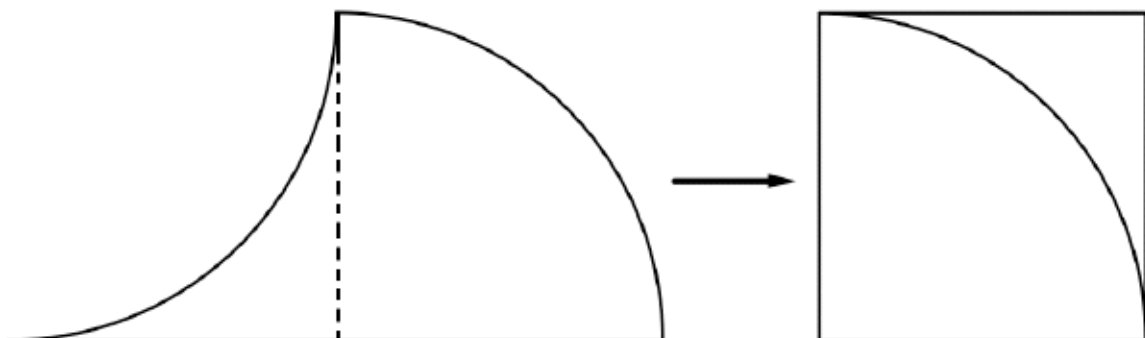
#### Oppgave 3

Siden både P og -Q er positive heltall er P-Q den største summen.

#### Oppgave 4

Svar  $64 \text{ cm}^2$ .

Som tegningen viser, kan figuren deles i to mindre deler som passer sammen. De to mindre delene danner et kvadrat med sidekanter på 8 cm.





### Oppgave 5

?=2, gå baklengs

$$63 + 1 = 64$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$8 - 7 = 1$$

$$\frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

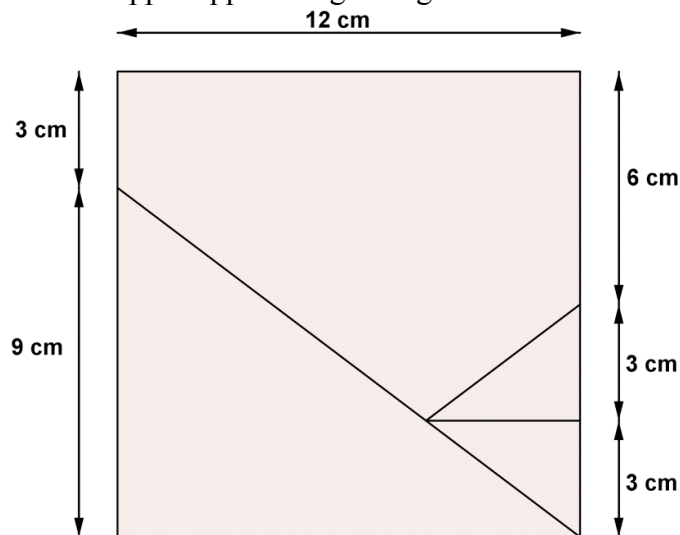
### Oppgave 6

Omkretsen,  $O = 4 \cdot 12\text{cm} = 48\text{cm}$

Kvadratet vi skal lage må ha like stort areal som rektangelet har, nemlig

$16\text{cm} \cdot 9\text{cm} = 144\text{cm}^2$ . Dette gir oss et kvadrat med sidelengder  $\sqrt{144\text{cm}^2} = 12\text{cm}$ .

Om vi klipper opp rektangelet og setter det sammen til kvadratet vil det se slik ut:



### Oppgave 7

Forskjellen på tallene vi kan trekke må være 0, 3 eller 6, for om vi holder på en lapp og bytter den andre får vi 0, 3 eller 6 mer/mindre. Eneste mulighet for å få et oddetall er som sum av partall og oddetall og differansen må da være 3. For å lage 17 trenger vi 7 og 10, og for å lage 23 trenger vi 10 og 13. Vi må da altså ha 7, 10 og 13 og siste tallet må være 10.

Alternativ måte å tenke på:

Vi kan prøve og feile på en gjennomtenkt måte.

Vi vet at det minste svaret vi kan få er 17, og det betyr at det høyeste tallet en lapp kan ha er 16.

Siden vi skal trekke to og to lapper kan vi sette opp alternativene vi har for de tre summene, og vi tar ikke med tallene fra 17 og oppover.



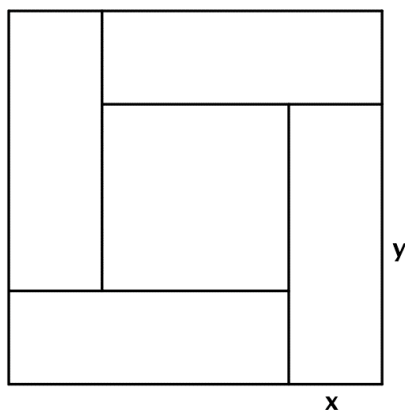
Sum 23	Sum 20	Sum 17
16+7	16+4	16+1
15+8	15+5	15+2
14+9	14+6	14+3
13+10	13+7	13+4
12+11	12+8	12+5
	11+9	11+6
	10+10	10+7
		9+8

Videre vet vi at for å få sum 23 hvor det høyeste tallet ikke kan være på mer enn 16, må vi ha et tall til som er på minst 7. Det betyr at vi kan eliminere summene med tallene 1-6 fra tabellen vår.

Nå står vi igjen med to kombinasjoner for summen 17 som det er enkelt å prøve ut. Dette gir oss tallene 7, 10, 10 og 13.

### Oppgave 8

Svar 1:3



La lengden på den korte siden av rektangelet være  $x$  og lengden på den lengste siden i rektangelet være  $y$ . Siden arealet til det store kvadratet er 4 ganger så stort som det lille, er sidelengden på det store kvadratet dobbelt så lang som for det minste kvadratet, altså  $(y+x)=2(y-x)$ . Da får vi at  $y=3x$ , eller at  $x:y=1:3$ .

### Oppgave 9

Her kan vi sette likningene over hverandre som i et likningssystem og legge sammen.

$$\begin{array}{r} 2x + y = 13 \\ + x + 2y = 11 \\ \hline 3x + 3y = 24 \end{array} \begin{array}{l} \text{Trekk sammen like ledd og la likhetstegnet stå på samme plassen.} \\ \text{Del alle ledd på 3.} \end{array}$$
$$x + y = 8$$