



OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE DAGBLADET

SETT 3

DAG 1

1. I en klasse med 30 elever var det 12 som drev med orientering, mens 17 spilte på fotballag. 5 av elevene gjorde begge deler. Hvor mange av de 30 drev verken med orientering eller fotball?
A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 11
2. På hvor mange måter kan 10 epler fordeles mellom Anders, Benny og Christian slik at Anders får minst 3 epler, Benny og Christian minst 2 hver, og Christian høyst 3?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Løsninger:

1. C. Siden det var 5 som gjorde begge deler, blir det $12 - 5 = 7$ som bare drev med orientering, og $17 - 5 = 12$ som bare spilte fotball. Totalt er det 19 som drev med én idrett og 5 som drev med begge. Da gjenstår $30 - 19 - 5 = 6$ elever som ikke gjorde noen av delene.
2. C. La først Anders få 3 epler, og Benny og Christian 2 hver. Da gjenstår 3 epler, og av disse skal Christian ha høyst ett. Hvis Christian ikke får noen flere epler, så kan Anders og Benny fordele de 3 eplene på 4 måter ($3 + 0, 2 + 1, 1 + 2, 0 + 3$). Hvis Christian får et eple til, så er det 2 epler igjen som Anders og Benny kan fordele på 3 måter ($2 + 0, 1 + 1, 0 + 2$). Totalt er det altså 7 måter å fordele eplene på.

DAG 2

1. I et selskap er det N ektepar. Hva er den minste verdien av N som gjør at det helt sikkert er to ektepar tilstede som giftet seg på samme ukedag?
2. Dersom $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{n} = 1$, hva er da tallet n ?
A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{15}{6}$

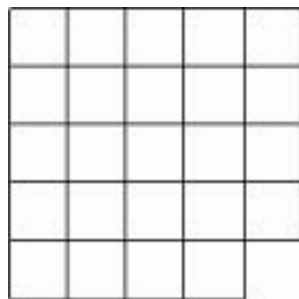


Løsninger

8. Siden det er 7 dager i en uke, er 7 par for lite - da kunne man risikere at alle parene var gift på forskjellig ukedag. Men dersom vi tar med ett par til, dvs. totalt 8 par, må nødvendigvis to par være gift på samme ukedag.
- D.* Hvis vi stokker litt om, får vi $\frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{12-4-3}{12} = \frac{5}{12}$. Dette gir at $n = \frac{12}{5}$.

DAG 3

- Hva er det totale antall kvadrater i denne figuren?



- A) 24 B) 39 C) 47 D) 50 E) 51
- Dersom lengden til et rektangel økes med 15%, mens bredden reduseres med 20%, hva blir den prosentvise endringen i rektangelets areal?
A) -2% B) -3% C) -5% D) -6% E) -8%

Løsninger

- D.* Det er 24 1 x 1 kvadrater, 15 2 x 2-kvadrater, 8 3 x 3-kvadrater og 3 4 x 4-kvadrater. Totalt $24 + 15 + 8 + 3 = 50$ kvadrater.
- E.* Hvis lengden økes med 15% økes også arealet med 15% slik at det nye arealet er 1,15 ganger det opprinnelige. Hvis nå bredden reduseres med 20%, reduseres arealet med 20%, og vi står igjen med $1,15 \cdot 0,80 = 0,92$ ganger det opprinnelige arealet. Totalt har altså arealet blitt redusert med 8%.



DAG 4

1. Et fotballag har vunnet 50% av de 20 kampene de har spilt så langt. Hvor mange kamper på rad må de vinne for å øke seiersprosenten til 60%?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8
2. En likebeint trekant er en trekant der minst to av sidene er like lange. Hvilken av følgende mengder av vinkler kan være vinklene i en likebeint trekant?
A) $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ B) $91^\circ, 8^\circ, 91^\circ$ C) $70^\circ, 70^\circ, 70^\circ$ D) $50^\circ, 50^\circ, 50^\circ$ E) $54^\circ, 72^\circ, 54^\circ$

Løsninger

1. *D.* Laget har så langt vunnet 10 av 20 kamper. Hvis de vinner N kamper til på rad, så er andelen av seire kommet opp i $(10 + N) / (20 + N)$. For at dette skal bli 60%, må vi ha at $(10 + N) / (20 + N) = 6 / 10$, som gir $100 + 10N = 120 + 6N$. Dermed er $4N = 20$, og $N = 5$.
2. *E.* For at en trekant skal være likebeint, må minst to av vinklene være like store. Alternativene B), C), D) og E) tilfredsstiller dette, men bare E) tilfredsstiller regelen om at summen av vinklene i en trekant alltid er 180° .

DAG 5

1. Vibeke står i billettø, og observerer at det er to flere foran henne i køen enn bak henne. Samtidig er det tre ganger så mange i køen totalt som det er bak henne. Hvor mange personer står foran henne i køen?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
2. Innbyggerne på planeten Xenor bruker to ulike temperaturskalaer, kalt A og B . På A -skalaen fryser vann ved 0° og koker ved 80° . På B -skalaen fryser vann ved -20° mens kokepunktet er ved 120° . Dersom temperaturen målt i B -skalaen er 29, hva er den tilsvarende temperaturen i A -skalaen?
A) 19 B) 21 C) 24 D) 26 E) 28



Løsninger

1. *D.* Laget har så langt vunnet 10 av 20 kamper. Hvis de vinner N kamper til på rad, så er andelen av seire kommet opp i $(10 + N) / (20 + N)$. For at dette skal bli 60%, må vi ha at $(10 + N) / (20 + N) = 6 / 10$, som gir $100 + 10N = 120 + 6N$. Dermed er $4N = 20$, og $N = 5$.
2. *E.* For at en trekant skal være likebeint, må minst to av vinklene være like store. Alternativene B), C), D) og E) tilfredsstiller dette, men bare E) tilfredsstiller regelen om at summen av vinklene i en trekant alltid er 180° .

DAG 5

1. Vibeke står i billettø, og observerer at det er to flere foran henne i køen enn bak henne. Samtidig er det tre ganger så mange i køen totalt som det er bak henne. Hvor mange personer står foran henne i køen?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
2. Innbyggerne på planeten Xenor bruker to ulike temperaturskalaer, kalt A og B . På A -skalaen fryser vann ved 0° og koker ved 80° . På B -skalaen fryser vann ved -20° mens kokepunktet er ved 120° . Dersom temperaturen målt i B -skalaen er 29, hva er den tilsvarende temperaturen i A -skalaen?
A) 19 B) 21 C) 24 D) 26 E) 28

Løsninger

1. *B.* La T være det totale antall personer i køen, og F antall personer som står foran henne. Den første opplysningen i oppgaven gir da at vi må ha $T = (\text{antall foran}) + 1 + (\text{antall bak}) = F + 1 + (F - 2) = 2F - 1$. Den andre opplysningen gir at $T = 3(F - 2) = 3F - 6$. De to uttrykkene for T må være like, det vil si at $2F - 1 = 3F - 6$, som gir $F = 5$.
2. *E.* Differensen mellom fryse- og kokepunkt er 80° på A -skalaen og 140° på B -skalaen. En temperaturendring på 1 grad på A -skalaen tilsvarer altså en endring på $140 / 80 = 7 / 4$ grader på B -skalaen. Med utgangspunkt i vannets frysepunkt får vi dermed følgende sammenheng: $B = (7 / 4)A - 20$, der A og B her angir temperatur i de respektive skalaer. $B = 29$ gir nå $(7 / 4)A = 49$, dvs. $A = 28$.



DAG 6

1. Produktet $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$ skrives ofte som $n!$ (leses " n faktet"). For eksempel er $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Hva er det siste sifferet i tallet $42!$?
A) 0 B) 1 C) 5 D) 6 E) 8
2. Familien Pettersen har fire barn. Det eldste barnet er en gutt, og det er også minst ett av de andre barna. Hva er sannsynligheten for at den yngste er en jente? (I denne oppgaven antar vi at det er like sannsynlig å føde gutt som jente.)
A) $1/2$ B) $1/3$ C) $1/4$ D) $3/7$ E) $4/7$

Løsninger

1. A. Både 2 og 5 inngår i produktet $42! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 42$. Dermed er $42!$ delelig med 10, og slutter følgelig på 0. (Dette argumentet viser at $n!$ slutter på 0 for alle n større enn 4.)
2. D. La oss betrakte de tre yngste barna. Det er 8 muligheter for disse som i utgangspunktet alle er like sannsynlige: $GGG, GGJ, GJG, GJJ, JGG, JGJ, JJG, JJJ$, der bokstavene angir kjønnene med den yngste til slutt. Betingelsen om at minst ett av disse tre barna er gutt utelukker muligheten av JJJ . Av de 7 gjenværende mulighetene, som alle er like sannsynlige ut fra de opplysninger vi har, så er det 3 som har en jente som yngste barn. Sannsynligheten for at den yngste er en jente er altså $3/7$.

DAG 7

1. De seks sidene på en litt uvanlig terning er markert med tallene 1, 2, 3, 5, 7 og 9. Hvis vi kaster to slike terninger, hvor mange muligheter er det for summen av de to tallene som kommer opp?
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17
2. En far fordeler et visst antall gullmynter mellom sine tre sønner. Den første sønnen får én mer enn halvparten av alle myntene. Den andre sønnen får nøyaktig en tredjedel av myntene som da er igjen. Dersom den tredje sønnen får mer enn 10 mynter, hva er det minste antall mynter faren kan ha hatt til å begynne med? (Det deles bare ut hele mynter.)
A) 31 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38



matematikk.org

Løsninger

1. *B.* Den minste mulige summen er 2 og den største er 18. Ved å prøve seg fram kan man se at 13, 15 og 17 ikke er mulig, men at alle andre tall mellom 2 og 18 går. Totalt blir det 14 muligheter.
2. *E.* Etter at den første sønnen har fått sitt, gjenstår $3x$ mynter, hvorav den andre sønnen får x mynter og den tredje sønnen får $2x$ mynter. Siden $3x$ er 1 mindre enn halyparten av antall mynter totalt, får vi at faren startet med $2(3x + 1) = 6x + 2$ mynter. Hvis den tredje sønnen skal få mer enn 10 mynter så må $x > 5$, altså $x \geq 6$ (siden den andre sønnen fikk x mynter, må x være et heltall), og dermed er $6x + 2 \geq 38$. Faren må altså ha minst 38 mynter for at den siste sønnen skal få mer enn 10 mynter.