matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 17

DAG 1

1. Ragna og Cecilie teller pengene sine. Cecilie har *240* kroner. Halvparten av det Ragna har er en femtedel av det de har til sammen. Hvor mye har Ragna?

   A) 120 kr   B) 160 kr   C) 200 kr   D) 300 kr   E) 360 kr

2. Henrik, Robert og Erik trener sammen og skal løpe 1000 meter. De starter samtidig, og hver av dem holder jevn fart hele tiden. Når Robert kommer til mål, har Henrik 200 meter igjen, mens Erik har 400 meter igjen. Hvor langt er Henrik foran Erik når Henrik kommer til mål?

   A) 200 m   B) 233 m   C) 250 m   D) 267 m   E) 300 m

Løsninger:

1. *B*. Siden halvparten av det Ragna har er $\frac{1}{5}$ av det de har til sammen, så har Ragna $\frac{2}{5}$ og Cecilie $\frac{3}{5}$ av totalen. Ragna har dermed $\frac{2}{3}$ av det Cecilie har, altså $240 \cdot \frac{2}{3} = 160$ kroner.

2. *C*. Oppgaven forteller at Henrik har løpt $1000 - 200 = 800$ meter mens Erik har løpt $1000 - 400 = 600$ meter. Erik har altså løpt $\frac{3}{4}$ av den distansen Henrik har løpt. Siden de holder jevn fart, vil dette forholdet også gjelde når Henrik går i mål, og da må Erik ha løpt 750 meter. Henrik er altså 250 meter foran Erik.

DAG 2

1. Tina øver seg i å regne med sitt lykketall. Hvis hun trekker fra 1, deler på 2, og så ganger det tallet hun har fått med seg selv, så får hun 121. Hva er Tinas lykketall?

   A) 11   B) 19   C) 23   D) 61   E) 62

2. En dag var Tore på handletur. Da han kom hjem, tømte han jakkelommen for mynter. Han talte opp at han hadde 36 kroner, og det var bare femtiøringer, kronestykker og femmere. Hvis Tore totalt hadde 19 mynter i lommen, hvor mange kronestykker hadde han?

   A) 5   B) 6   C) 7   D) 8   E) 9

Løsninger:

1. *C*. Før hun ganget tallet med seg selv må hun ha hatt 11. 11 er halvparten av 22, som er 1 mindre enn 23. Tinas lykketall er altså 23.

2. *D*. La oss først finne ut hvor mange femmere han hadde. Hvis han bare hadde 4 femmere, så ville det totalt bli maksimalt $4 \cdot 5 + 15 \cdot 1 = 35$ kroner. Altså må Tore ha hatt minst 5 femmere. Men han kan ikke ha hatt 6 femmere, for da ville det blitt totalt minst $6 \cdot 5 + 13 \cdot 0{,}50 = 36{,}50$ kroner. Altså må han ha hatt 5 femmere. De øvrige 14 myntene er da bare femtiøringer og kronestykker, og for at dette skal være $36 - 25 = 11$ kroner, må det være 6 femtiøringer og 8 kronestykker.

DAG 3

1. I en dagligvarebutikk kostet 11 flasker Solo det samme som 10 flasker Farris. En dag senket butikksjefen prisen på Farris med 10%. Hva er nå billigst av Solo og Farris?

2. Bhaskara levde på 1100-tallet og er kanskje den mest berømte matematikeren fra det gamle India. I en av hans bøker, Lilavati, samlet han en del oppgaver og ga dem en poetisk drakt. I dag og noen dager framover skal vi se noen av disse oppgavene. I en innsjø, full av røde gjess og traner, ser man toppen av en lotusknopp en halv alen over vannflaten. Litt etter litt tar vinden fatt i den så den driver bortover, inntil den synker under vannflaten 2 alen borte (langs vannflaten). Si meg raskt, matematiker, hvor mange alen dypt er vannet?

   A) 1,5 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 3,75

Løsninger:

1. Farris er billigst. Den opprinnelige prisen kan for eksempel ha vært 11 kroner for Farris, og 10 kroner for Solo. (Da vil både 11 Solo og 10 Farris koste 110 kroner.) Etter prisnedgangen blir prisen på Farris $11 - 1{,}10 = 9{,}90$ kroner, altså litt mindre enn prisen for Solo.

2. *E*. La A være stedet der lotusstilken er festet på bunnen av sjøen, la B være punktet ved overflaten rett over A, og la C være stedet der knoppen synker under vannflaten. Hvis x er dybden av vannet, danner nå ABC en rettvinklet trekant der vinkel B er 90º, $AB = x$, $AC = x + \frac{1}{2}$ og $BC = 2$. Hvis vi bruker Pythagoras på denne trekanten får vi $x^2 + 4 = (x + \frac{1}{2})^2$. Dette gir $x^2 + 4 = x^2 + x + \frac{1}{4}$, og dermed $x = 4 - \frac{1}{4} = 3\frac{3}{4} = 3{,}75$.

DAG 4

1. Familien Henriksen består av mor, far og to barn. Rundt spisebordet i stua står det fire stoler. På hvor mange måter kan familien sette seg rundt spisebordet?

   A) 8 B) 16 C) 24 D) 64 E) 256

2. Av en sverm bier slo en femtedel seg ned på en cadambablomst og en tredjedel på silindriblomst. Tre ganger differensen mellom disse to flokkene slo seg ned på en cutajablomst. Resten av svermen – 1 bie – surret omkring i luften, fristet som den var både av en sjasmins og av en padanus' søte vellukt. Si meg, vakre kvinne, hvor stor var svermen? (Gammel indisk oppgave)

   A) 15 B) 24 C) 30 D) 45 E) 60

Løsninger:

1. *C*. Man kan tenke seg at faren velger plass først. Han har 4 muligheter. Så kan moren velge mellom de 3 ledige plassene. Dette gir totalt 12 muligheter for plassering av far og mor. Og så er det 2 muligheter for plassering av barna på de to siste plassene. Til sammen gir dette 24 mulige plasseringer rundt bordet.

2. *A*. La x være antall bier i svermen. Oppgavens tekst kan da uttrykkes som følgende likning: $x - \frac{x}{5} - \frac{x}{3} - 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) = 1$. Dette gir $\frac{(15-3-5-15+9)x}{15} = 1$ og vi får at $x = 15$.

DAG 5

1. Hva er det minste tallet som er delelig med både 1, 2, 3, 4, 5 og 6?

   A) 12 B) 30 C) 36 D) 60 E) 120

2. Av en flokk svaner leker $\frac{7}{2}$ ganger kvadratroten av antallet ved bredden av en innsjø. De to resterende svanene svømmer forelsket sammen ute i vannet. Hvor mange svaner var det totalt? (Gammel indisk oppgave)

   A) 4 B) 16 C) 25 D) 36 E) 64

Løsninger:

1. *D*. Minste felles multiplum av to eller flere tall kan vi generelt finne ved å skrive opp primtallsfaktoriseringen av hvert av tallene, velge ut det største potensuttrykket som forekommer for hvert primtall, og så gange sammen disse potensuttrykkene. I vårt tilfelle har vi primtallsfaktoriseringene $2, 3, 2^5, 5$ og $2 \cdot 3$, og vi finner at minste felles multiplum er $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

2. *B*. La x være antall svaner. Oppgaven sier da at $\frac{7}{2} \cdot \sqrt{x} + 2 = x$, som gir 2.gradslikningen $\frac{49}{4} \cdot x = (x-2)^2$. Dette kan omskrives til $4x^2 - 65x + 16 = 0$, som har løsningene $x = 16$ og $x = \frac{1}{4}$. Siden $x = \frac{1}{4}$ ikke er noen mulighet, er det altså 16 svaner i flokken.

DAG 6

1. Hva er summen av antall sideflater, kanter og hjørner på en terning?

   A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

2. Finansministeren i et land har bestemt at myntene bare skal være på 33 og 60 ganger den lokale enheten. Hva er det minste beløp som er mulig å betale med disse myntene? (Både kjøper og selger har tilstrekkelig av begge mynter til å veksle så mye de vil.)

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 7

Løsninger:

1. *D*. En terning har 6 sider, 12 kanter og 8 hjørner. Til sammen blir dette $6 + 12 + 8 = 26$.

2. *C*. Man kan betale 3 ved for eksempel å gi $5 \cdot 60 = 300$ og få tilbake $9 \cdot 33 = 297$. Siden både 33 og 60 er delelig med 3, så er alle beløp som kan betales delelig med 3. Dermed er det umulig å betale 1 eller 2, så 3 er det minste som kan betales.

DAG 7

1. Anders og Klara var og spilte bowling. Klara fikk 40 poeng mer enn Anders, og Anders fikk 40% av det de fikk til sammen. Hvor mange poeng fikk Klara?

   A) 100 B) 120 C) 140 D) 144 E) 160

2. Hvis du deler et vanlig A4-ark på midten, så får du to A5-ark. A4-arket er utformet slik at forholdet mellom den lange og den korte siden er den samme for A4-ark og A5-ark. Hvor stort er dette forholdet?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Løsninger:

1. *B*. Hvis Anders fikk 40% av totalen, må Klara ha fått 60%. Differensen på 20% er altså det samme som 40 poeng. Klara fikk 3 ganger 20% av totalen, altså $3 \cdot 40 = 120$ poeng.

2. *C*. Hvis sidene i et A4-ark er x og y, der $x > y$, så er sidene i A5-arket y og $\frac{x}{2}$. Siden forholdene mellom lang og kort side er de samme, må $\frac{x}{y} = \frac{y}{\frac{x}{2}}$. Ordner vi litt på dette får vi $(\frac{x}{y})^2 = 2$, som gir at forholdet $\frac{x}{y} = \sqrt{2}$.