



## OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

### SETT 38

#### DAG 1

1. På en hylle står det tre bøker. Den første boken er like tykk som de to andre til sammen. Den andre boken er på 150 sider, mens den tredje boken er like tykk som gjennomsnittet av de tre bøkene. Hvor mange sider er det til sammen i de tre bøkene? (Vi antar at tykkelsen på hver side er den samme i de tre bøkene, og at bøkene ikke er innbundet.)  
A) 450      B) 750      C) 900      D) 1200      E) 1350
2. Hvis  $x + y = 10$  og  $x^2 + y^2 = 60$ , hva er da produktet  $xy$ ?  
A) 20      B) 23,2      C) 24      D) 27      E) 30

#### Løsninger:

1. C. Den første boken er på 450 sider, den andre på 150 og den tredje på 300 sider. Til sammen blir det  $450 + 150 + 300 = 900$  sider i de tre bøkene.
2. A.  $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 60 + 2xy$ . Siden  $x + y = 10$ , gir dette likningen  $100 = 60 + 2xy$ , og det følger at  $xy = 20$ .

#### DAG 2

1. I en kiosk koster tre pølser og en brus 67 kroner, mens en pølse og tre brus koster 61 kroner. Hva koster to pølser og to brus til sammen?  
A) 50 kr      B) 56 kr      C) 58 kr      D) 62 kr      E) 64 kr
2. På sin bursdag i 1993 sa Hedvig at hun var  $x$  år gammel i år  $x^2$ . Hvor mange år fylte Hedvig på denne bursdagen?  
A) 80      B) 90      C) 100      D) 101      E) 110

#### Løsninger:

1. E. Opplysningene i oppgaven forteller oss at fire pølser og fire brus til sammen koster  $67 + 61 = 128$  kroner. To pølser og to brus koster dermed halvparten av dette, altså 64 kroner.



2. D. Legg først merke til kvadrattallene  $45^2 = 2025$ ,  $44^2 = 1936$  og  $43^2 = 1949$ . Siden Hedvig levde i ett av disse årene, må det ha vært i 1936. Dermed er  $x = 44$ , og Hedvig er født i  $1936 - 44 = 1892$ . I 1993 fylte Hedvig derfor 101 år.

### DAG 3

1. Per skal koke poteter og blomkål til middag. Potetene skal koke i 25 minutter, og blomkålen skal koke i 10 minutter. Per har bare en gryte, og han vil ikke koke potetene sammen med blomkålen. Før koking vil han rense grønnsakene. Dette tar 10 minutter for potetene, og 5 minutter for blomkålen. (Per er grundig!) For både potetene og blomkålen vil han starte med kaldt vann i gryten, og det tar 3 minutter for vannet å koke opp. Hvor lang tid tar det før maten er klar, dersom Per er mest mulig effektiv?
- A) 38 min      B) 43 min      C) 48 min      D) 51 min      E) 56 min
2. To røde, to hvite og to blå kuler ligger i en pose. Tre av kulene tas ut tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at alle de tre kulene har forskjellige farger?
- A) 20 %      B) 30 %      C) 33,3 %      D) 40 %      E) 50 %

#### Løsninger:

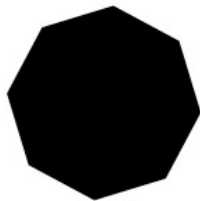
1. B. Det mest effektive er å koke blomkålen først. Da bruker han først 5 minutter på å rense blomkålen. Samtidig koker han opp vannet. Mens blomkålen koker, skreller han potetene. Dette tar 10 minutter. Deretter må han koke opp nytt vann (3 minutter), og koke potetene (25 minutter). Til sammen tar dette  $5 + 10 + 3 + 25 = 43$  minutter.
2. D. La oss tenke oss at kulene trekkes ut en etter en (dette vil ikke endre på sannsynligheten). Den første kula kan være hva som helst. Den neste kula har  $\frac{4}{5}$  sjans for å være av en annen farge enn den første. I så fall vil det etter dette ligge igjen 4 kuler, hvorav 2 er forskjellig fra de uttrukne. Det er derfor  $\frac{2}{4}$  sjans for at den siste kula er forskjellig fra de to første. Dermed er det  $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{5} = 40\%$  sannsynlighet for at de tre kulene har forskjellige farger.

### DAG 4

1. Hvis du river ut en side av Dagbladet (eller en annen avis), og bretter siden på midten 7 ganger, får du noe som er omtrent 1 cm tykt. Omtrent hvor tykk er en side i avisen?
- A) 0,014 mm      B) 0,033 mm      C) 0,08 mm      D) 0,17 mm      E) 0,25 mm



2. Figuren viser en åttekant der alle sidene er like og alle vinklene er like. Hvis sidelengden er 1, hva er da arealet av åttekanten?



- A) 5    B) 6    C) 7    D)  $3 + \sqrt{2}$     E)  $2 + 2\sqrt{2}$

**Løsninger:**

1. C. Når du har brettet siden 7 ganger, har du fått  $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$  lag med papir. Tykkelsen på papiret blir dermed omtrent  $\frac{10}{128} \approx 0,08$
2. E. Trekk de to vannrette og de to loddrette linjene som forbinder noen av hjørnene til åttekanten. Åttekanten blir da delt inn i fire rettvinklede trekantene, fire rektangler og ett kvadrat. Den vannrette sidelengden i trekantene er  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (kan sees ved å bruke Pythagoras). Det følger at hver av trekantene har areal  $\frac{1}{4}$ , hvert av rektanglene har areal  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , mens kvadratet i midten har areal 1. Til sammen får vi arealet  $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**DAG 5**

1. En restaurant har dobbelt så mange kniver som gafler. En dag er det 30 gjester i restauranten, og alle spiser med kniv og gaffel. Ingen har fått mer enn én kniv og én gaffel. Av det resterende bestikken viser det seg at det nå er tre ganger så mange kniver som gafler. Hvor mange kniver og gafler er det til sammen i restauranten?
- A) 120    B) 150    C) 180    D) 240    E) 300
2. Figuren viser en sirkelbue som ligger inne i et rektangel med sidelengder 1 og 4. Hva er diameteren i den sirkelen som buen er en del av?



- A) 5    B) 6    C)  $2\sqrt{5}$     D)  $1 + \sqrt{17}$     E)  $2\pi$



**Løsninger:**

1. C. Hvis restauranten har  $x$  gafler, så har den  $2x$  kniver. Opplysningene i oppgaven sier at  $2x - 30$  er 3 ganger så mye som  $x - 30$ . Dette gir likningen  $2x - 30 = 3x - 90$ , som gir at  $x = 60$ . Restauranten har altså 60 gafler og 120 kniver.
2. A. La  $A$  være et av de nedre hjørnene i rektangelet, la  $B$  være midtpunktet på den nederste vannrette linjen, og la  $O$  være sentrum i sirkelen. Hvis vi kaller radien i sirkelen for  $x$ , så har vi at  $ABO$  er en rettvinklet trekant med kateter 2 og  $x - 1$  og hypotenus  $x$ . Pythagoras gir oss nå at  $2^2 + (x - 1)^2 = x^2$ . Ganger vi ut dette, får vi  $4 + x^2 - 2x + 1 = x^2$  som gir  $2x = 5$ . Siden  $x$  var sirkelens radius, får vi at diameteren er 5.

**DAG 6**

1. En kafé selger smørbrød til 23 kr, 26 kr, 29 kr og 31 kr. Er det mulig å kjøpe fire smørbrød som til sammen koster nøyaktig 100 kroner?
2. Tallet 2000 kan skrives på formen  $2^4 \cdot 5^3$ . Hva er det neste tallet som kan skrives på formen  $a^b \cdot c^d$  der  $a$ ,  $b$ ,  $c$  og  $d$  er tallene 2, 3, 4 og 5 i en eller annen rekkefølge?

A) 2016      B) 2025      C) 2040      D) 2048      E) 2050

**Løsninger:**

1. Ja. Man kan kjøpe ett smørbrød til 31 kroner og tre til 23 kroner. Dette koster til sammen  $31 + 3 \cdot 23 = 31 + 69 = 100$  kroner.
2. B. Det neste tallet på denne formen er  $2025 = 3^4 \cdot 5^2$ .

**DAG 7**

1. En vanlig kortstokk stokkes godt og deles i to bunker med 26 kort i hver. Hva er sannsynligheten for at spareset og sparkongen har havnet i samme bunke?

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{13}{25}$       E)  $\frac{25}{51}$



2. Kristian har fri fra skolen, og er med sin far på jobben. Faren gir Kristian en blyant og et vanlig A4-ruteark, og ber Kristian fargelegge annenhver rute slik at det blir et sjakkbrettmønster over hele arket. Hvis Kristian bruker 5 sekunder for hver rute han fargelegger, omtrent hvor lang tid vil det ta før han blir ferdig med hele arket? (Et A4 ark er omtrent 20·30 cm, og rutene har sidelengde 5 mm.)
- A) 20 min      B) 40 min      C) 1 time      D) 1 time 40 min      E) 3 timer

**Løsninger:**

1. E. Kall de to bunkene for A og B, og anta at spareset har havnet i bunke A (argumentet blir tilsvarende med bunke B). Da gjenstår det 25 kort i A og 26 kort i B. Sannsynligheten for at sparkongen er i A er nå  $\frac{25}{25+26} = \frac{25}{51}$ .
2. D. Det er omtrent 40 ruter langs den korte siden og 60 ruter langs den lange. Totalt blir det dermed  $40 \cdot 60 = 2400$  ruter på arket. Kristian skal fargelegge halvparten av disse, og vil bruke  $1200 \cdot 5 = 6000$  sekunder på det. Dette er det samme som 100 minutter, som igjen er det samme som 1 time og 40 minutter.