OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 42

DAG 1

1. Line og Heidi er to søstre. I fjor var Line 1 cm lavere enn gjennomsnittet av de to, mens i år er hun 1 cm høyere enn gjennomsnittet. Til sammen har Line og Heidi vokst 4 cm siden i fjor. Hvor mye har Line vokst?

   A) 0 cm   B) 1 cm   C) 2 cm   D) 3 cm   E) 4 cm

2. Det er i dag omtrent 6,25 milliarder mennesker som lever på jorden. I gjennomsnitt blir det hvert minutt født 245 levende barn, mens 105 personer dør. Omtrent hvor stor vil verdens befolkning være om ti år, dersom dette fortsetter?

   A) 6,5 mrd   B) 7 mrd   C) 8,2 mrd   D) 10 mrd   E) 14,4 mrd

Løsninger

1. *E.* I fjor var Line 2 lavere enn Heidi, og i år er hun 2 cm høyere. Siden de til sammen har vokst 4 cm, må all den veksten ha vært hos Line, mens Heidi ikke har vokst.

2. *B*. Befolkningsveksten er altså 245-105 = 140 mennesker per minutt. Dette tilsvarer 140·60 = 8400 per time, 8400·24 = 201600 per døgn og omtrent 201600·365 Å 74 millioner per år. Om ti år vil det dermed omtrent være 6,25 milliarder + 740 millioner = 6,99 milliarder mennesker på jorden. (Tallene i oppgaven er hentet fra U.S. Census Bureau, www.census.gov.)

DAG 2

1. Ingrid er på vei hjem fra skolen. Etter å ha gått en fjerdedel av veien treffer hun noen venninner. De tar følge i 500 meter. Den siste tredjedelen av skoleveien går Ingrid alene. Hvor lang skolevei har Ingrid?

   A) 800 meter   B) 1,2 km   C) 1,5 km   D) 2,1 km   E) 3 km

2. Tore og Marie er på restaurant sammen med tre venner. De setter seg tilfeldig rundt et bord med fem stoler. Hva er sannsynligheten for at Tore og Marie sitter ved siden av hverandre?

A) 20% B) 30% C) 40% D) 50% E) 60%

Løsninger

1. *B*. Observer først at en fjerdedel pluss en tredjedel er $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$. De 500 meterne utgjør de resterende $\frac{5}{12}$ av skoleveien. Hele skoleveien er dermed på 1200 meter.

2. *D*. Tore sitter på en stolene. Marie sitter på en tilfeldig av de fire andre stolene. To av disse fire er ved siden av Tore. Sannsynligheten for at Tore og Marie sitter ved siden av hverandre er dermed $\frac{2}{4} = 50\%$.

DAG 3

1. For en tid siden investerte Reidar sparepengene i aksjer. Han kjøpte for like mye i to forskjellige selskaper. Nå har aksjene i det ene selskapet doblet seg i verdi, mens aksjene i det andre har halvert seg. Hvor stor er Reidars totale gevinst på denne investeringen?

A) -25 % B) 0 % C) 25 % D) 50 % E) 75 %

2. Hvis $a+b=3$ og $a^2+b = 15$, hva er da b?

A) -6 B) -1 C) 6 D) 1 eller 6 E) -1 eller 6

Løsninger

1. *C*. Hvis Reidar kjøpte for 10000 kroner i hvert av selskapene, så er aksjene hans nå verdt 20000+5000 = 25000 kroner. Hans investering på 20000 kroner har dermed gitt en fortjeneste på 5000 kroner, og det tilsvarer en gevinst på 25%.

2. *E*. Hvis vi trekker den første likningen fra den andre, får vi $a(a-1)=12$. Denne likningen har de to løsningene $a=4$ og $a=-3$. Siden $b=3-a$, får vi at $b=-1$ eller $b=6$, og begge løsningene passer i likningssettet.

DAG 4

1. Hvis du trekker seks rette linjer på et ark, hva er det største antall skjæringspunkter du kan få?

   A) 6 B) 10 C) 15 D) 16 E) 21

2. William skyter med pil og bue. Han prøver å treffe en skive som er inndelt i 7 områder. Disse områdene gir henholdsvis 11, 13, 31, 33, 42, 44 og 46 poeng. Etter ha skutt alle pilene sine, har William oppnådd 100 poeng. Hvor mange av Williams piler traff skiven?

   A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Løsninger

1. *C*. Med to linjer, kan du få 1 skjæringspunkt. Den tredje linjen kan skjære hver av de andre høyst en gang, så med tre linjer kan vi få 3 skjæringspunkter. Tilsvarende vil den 4., 5. og 6. linjen skjære hver av de foregående høyst en gang. Totalt får vi dermed maksimalt $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ skjæringspunkter.

2. *E*. Den eneste måten å oppnå 100 poeng er å få 11 poeng to ganger, og 13 poeng seks ganger. $11 \cdot 2 + 13 \cdot 6 = 22 + 78 = 100$.

DAG 5

1. Marit var i butikken og handlet for 250 kroner. Hun betalte kontant. På vei hjem tok hun ut 800 kroner fra en minibank. Da hun kom hjem hadde hun dobbelt så mye i kontanter som hun hadde før handleturen. Hvor mye hadde Marit i kontanter da hun kom hjem?

   A) 700 kr B) 900 kr C) 1000 kr D) 1100 kr E) 1300 kr

2. Tre venner skal forflytte seg en strekning på 14 km. De har en tandemsykkel med plass til maksimalt to personer. Hvis de går, bruker de 8 minutter per kilometer, men på sykkel bruker de 2 minutter per kilometer, uansett hvem som sykler. Hvordan kan de tre vennene raskest mulig komme fram, og hvor lang tid vil dette ta?

   A) 28 min B) 52 min C) 64 min D) 70 min E) 112 min

Løsninger

1. *D*. Marit handlet for 250 kroner og tok ut 800 kroner. Dermed hadde hun 800-250 = 550 kroner mer i kontanter da hun kom hjem. Siden dette doblet hennes kontantbeholdning, må hun ha gått ut med 550 kroner og kommet hjem med 1100 kroner.

2. *B*. Det raskeste er om to starter med å sykle, mens en går. Etter å ha syklet en stund, slippes den ene personen av sykkelen, mens den andre sykler tilbake for å hente den som går. Dette kan for eksempel gjennomføres slik: Kall de tre personene A, B og C. A og B starter med å sykle 10 km (20 minutter). A slippes av, går videre, og vil komme fram etter ytterligere $8 \cdot 4 = 32$ minutter. B sykler tilbake, og møter C 4 kilometer fra utgangspunktet (C har da gått i $8 \cdot 4 = 32$ minutter, og B har syklet i $2 \cdot 16 = 32$ minutter). De to sykler sammen de 10 kilometerne som gjenstår, og er framme 20 minutter senere. Både A, B og C kommer dermed fram etter 52 minutter.

DAG 6

1. Svein og Kari skal gifte seg, og de skal sende invitasjoner til alle sine venner. Siden de har reist mye, har de mange venner over hele verden. Halvparten av brevene skal til utlandet, mens 10 av brevene skal til Europa, men utenfor Norge. Hvis de totalt skal sende 50 brev, hvor mange av disse blir sendt til adresser utenfor Europa?

   A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

2. Knut og Marit har to mynter hver. Begge kaster myntene på gulvet. Hva er sannsynligheten for at Marit har like mange mynter som viser 'kron' som det Knut har?

   A) 25 % B) 33,3 % C) 37,5 % D) 42,5 % E) 50 %

Løsninger

1. *C*. Halvparten av brevene, det vil si 25 brev blir sendt innenlands. 10 av brevene er til Europa, men utenfor Norge. Dermed er det $25 + 10 = 35$ brev som blir sendt til Europa, mens resten, $50 - 35 = 15$ brev, er til adresser utenfor Europa.

2. *C*. Når man kaster to mynter, så er det fire mulige utfall som alle er like sannsynlige: mynt-mynt, mynt-kron, kron-mynt og kron-kron. Det er dermed 25% sjanse for at Marit har 0 kron, 50% sjanse for 1 kron, og 25% sjanse for 2 kron. Tilsvarende sjanser gjelder for Knut. Det er dermed $0,25 \cdot 0,25 = 6,25$ % sjanse for at begge har 0 kron, $0,5 \cdot 0,5 = 25$ % sjanse for at begge har 1 kron, og $0,25 \cdot 0,25 = 6,25$ % sjanse for at begge har 2 kron. Totalt er det dermed 37,5 % sjanse for at de har like mange mynter som viser kron.

DAG 7

1. Laila skal kjøre bil fra Oslo til Kirkenes. Reiseruten hun har valgt er på 2400 km. Bilen bruker i snitt 0,7 liter bensin per mil, og bensintanken er på 60 liter. Hvis Laila starter turen med full tank, hvor mange ganger er hun nødt til å fylle bensin før hun kommer til Kirkenes?

   A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

2. Tallene 123, 268 og 479 er eksempler på positive 3-sifrede heltall der sifrene kommer i stigende rekkefølge (dvs. hvert siffer er større enn det foregående). Hvor mange slike 3-sifrede heltall finnes det?

   A) 56 B) 84 C) 101 D) 144 E) 200

Løsninger

1. *A*. For å kjøre 240 mil, trenger bilen $240 \cdot 0,7 = 168$ liter bensin. Siden tanken er full (60 liter) når turen starter, må Laila fylle på med minst 108 liter bensin underveis. Dermed trenger Laila bare å fylle bensin to ganger.

2. *B*. Antall slike tall er lik antall måter å velge ut 3 forskjellige sifre blant sifrene fra 1 til 9. Dette er lik binomialkoeffisienten (10 3) = $9 \cdot 8 \cdot 7/(3 \cdot 2 \cdot 1) = 84$. Hvis man ikke kjenner til binomialkoeffisienter, kan man telle opp på følgende måte. Hvor mange slike tall er det som begynner med 1? Av disse er det 7 som har 2 som andre siffer (123, 124,...,129), 6 som har 3 som andre siffer, 5 som har 4 som andre siffer, og så videre. Totalt blir det 7+6+5+4+3+2+1 = 28 slike tall som begynner med 1. Tilsvarende blir det 6+5+4+3+2+1 = 21 slike tall som begynner med 2. Videre er det 15, 10, 6, 3 og 1 slike tall som begynner med henholdsvis 3, 4, 5, 6 og 7. Totalt er det dermed 28+21+15+10+6+3+1 = 84 slike tall.