



matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 44

DAG 1

1. Et lykkehjul er inndelt i 30 like store sektorer. En av sektorene er merket med 7 kr, to er merket med 4 kr, tre er merket 3 kr og fire er merket 2 kr. Resten av sektorene er merket med 0. Det koster 1 krone å spinne hjulet, og man vinner det beløpet som hjulet stopper på. Vil det lønne seg i lengden å spille på dette lykkehjulet?
2. Per, Jon og Ole var de tre finalistene i en idrettskonkurranse. Følgende blir sagt om sluttresultatet: ”Jon fikk ikke førsteplass”, ”Per fikk ikke andreplass”, ”Ole fikk andreplass”. Av disse tre påstandene er det bare ett som er sann. Hva er da den korrekte rekkefølgen mellom Per, Jon og Ole der den beste nevnes først? (Ingen plasseringer ble delt.)

A) Per, Jon ,Ole B) Ole, Per, Jon C) Jon, Ole, Per D) Ole, Jon, Per E) Per, Ole, Jon

Løsninger

1. Ja. Hvis du spiller mange nok ganger, vil hjulet stoppe omtrent like ofte på hvert felt. Hvis du for eksempel spiller 3000 ganger, vil hjulet stoppe omtrent 100 ganger i hver sektor, og da vil du ha vunnet omtrent $700 + 2 \cdot 400 + 3 \cdot 300 + 4 \cdot 200 = 3200$ kroner.
2. B. Hvis den 3. påstanden er sann, så har både Ole og Per fått andreplass, så dette er umulig. Hvis den 2. påstanden er sann, så er de andre påstandene gale, og Jon vil i så fall ha fått førsteplass, og Ole har ikke fått andreplass. Både Per og Ole er da på tredje plass, så dette går heller ikke. Altså er den 1. påstanden sann, mens de to andre er gale. Dermed fikk Per andreplass, Jon fikk tredje plass og Ole fikk førsteplass.

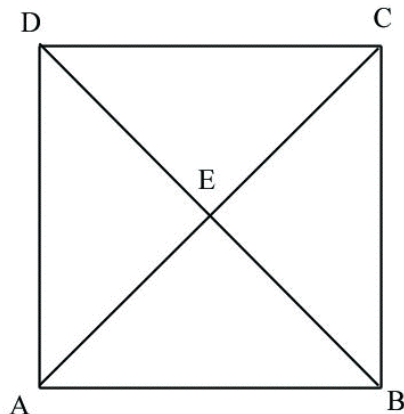
DAG 2

1. En tallfølge begynner med 1, 2, 5 og 14. Hva bør det neste tallet i følgen være?

A) 29 B) 33 C) 41 D) 47 E) 55



2. Stiene i en blomsterhage er som vist på figur. Sidene i rektangelet er på 30 meter og 40 meter, mens diagonalen er 50 meter. Frida står ved inngangen, merket A på figuren. Hun ønsker å gå gjennom hele blomsterhagen (dvs. gå alle stiene minst én gang), og ende opp ved utgangen, merket C på figuren. Hva er den korteste strekningen det er mulig for Frida å gå?



- A) 280 meter B) 290 meter C) 300 meter D) 310 meter E) 320 meter

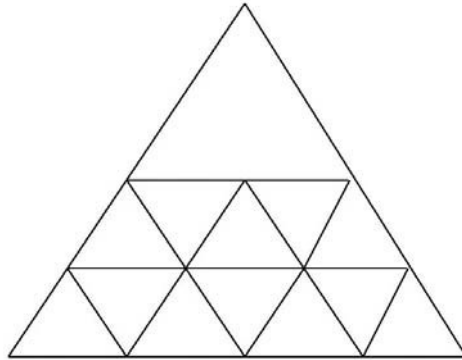
Løsninger

1. C . Systemet er at hvert tall er én mindre enn tre ganger det foregående. Det neste tallet er dermed $3 \cdot 14 - 1 = 41$. (Det er også mulig å argumentere for tallet 33, selv om dette ikke er så naturlig som 41. Det er 33 man får dersom man krever at tallfølgen skal være gitt av et polynom.)
2. B . Et mulig veivalg er: $A-B-C-E-B-E-D-E-A-D-C$. Dette blir til sammen 290 meter. Det er ikke mulig for Frida å finne en kortere vei. Hun er nødt til å besøke hvert av punktene B og D minst to ganger (siden det går tre stier ut fra hvert av dem). Så til hvert av disse punktene, må det være en tilstøtende sti som hun har gått to ganger. Den korteste muligheten blir dermed som i eksempelet over: stiene BE og DE blir gått to ganger, mens alle andre blir gått én gang.



DAG 3

1. Hvor mange trekanter finnes i denne figuren?



- A) 15 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20
2. Finn et firesifret tall som er slik at hvis du ganger det med 2 og trekker fra 1, så får du det samme tallet skrevet baklengs.

Løsninger

1. *D.* Lar vi de minste trekantene ha sidelengde 1, får den største sidelengde 4. Det finnes da en trekant med sidelengde 4, en med sidelengde 3, 5 med sidelengde 2 og 12 med sidelengde 1. Totalt blir det $1 + 1 + 5 + 12 = 19$ trekanter.
2. Det eneste tallet med denne egenskapen er 3997. $2 \cdot 3997 - 1 = 7993$.

DAG 4

1. Stig skal legge fliser på badegulvet. Gulvet er rektangulært, og den ene siden er dobbelt så lang som den andre. Flisene dekker $15 \cdot 15$ cm. Dersom omkretsen til gulvet er 15 ganger så lang som omkretsen til en flis, hvor mange fliser trenger da Stig til å dekke badegulvet?
- A) 15 B) 75 C) 150 D) 200 E) 300



2. Bjørn er kunstforhandler, og en dag solgte han to malerier for til sammen 33000 kroner. Bjørn tjente 20% på det ene maleriet, mens han tapte 20% på det andre. Til sammen tjente han 10% på salget. Hvor mye hadde Bjørn gitt for hver av de to maleriene?

Løsninger

1. D . Omkretsen til en flis er $4 \cdot 15 = 60 \text{ cm}$. Omkretsen til badegulvet er dermed $15 \cdot 60 = 900 \text{ cm}$. Lengden av veggene blir da 300 cm og 150 cm . Det går akkurat 20 fliser langs den lange veggen og 10 fliser langs den korte. Dermed trenger Stig totalt $20 \cdot 10 = 200$ fliser.
2. Bjørn hadde gitt 22500 kroner for det ene maleriet og 7500 kroner for det andre, og solgt de for henholdsvis 27000 og 6000 kroner.

DAG 5

1. Donald skal kjøpe ny sykkel. Han vet hvilken sykkel han vil ha, og den koster normalt 2000 kroner. En butikk i Andeby har satt ned prisen med 20%. Den samme sykkelen er imidlertid til salgs i Gåseby for 1400 kroner. Grunnet rivalisering mellom Skrue og Rikerud, har det blitt opprettet en tollsone mellom Andeby og Gåseby. Man må betale en avgift på 15% på alle nykjøpte varer som fraktes fra den ene byen til den andre. Hvor lønner det seg for Donald å kjøpe sykkelen?
2. Øyvind har fem baller i fem forskjellige størrelser. Til hver ball har han en eske som ballen akkurat får plass i. Hvis Øyvind tar en tilfeldig ball og en tilfeldig eske, hva er sannsynligheten for at ballen får plass i esken?
A) 20% B) 40% C) 50% D) 60% E) 70%

Løsninger

1. I Andeby må Donald betale $2000 - 400 = 1600$ kroner for sykkelen. Hvis han kjøper sykkelen i Gåseby, må han til sammen betale $1400 + 210 = 1610$ kroner. Altså lønner det seg å kjøpe sykkelen i Andeby.



2. D. Det er 5 mulige valg av ball og 5 mulige valg av eske. Dermed er det 25 muligheter totalt for valg av ball og eske. For hvor mange av disse valgene vil ballen få plass i esken? Hvis det er den største esken som er valgt, går dette med alle 5 ballene. I den nest største esken, er det 4 baller som får plass. Forstsetter vi å telle slik, får vi $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ mulige kombinasjoner av ball og eske der ballen får plass i esken. Sannsynligheten det spørres etter er dermed $\frac{15}{25} = 60\%$.

DAG 6

1. Cecilie er sulten, og hun vil kjøpe en sjokolade fra en automat. Automaten veksler ikke, og hun er nødt til å putte på nøyaktig det som sjokoladen koster. Hun har fem mynter, og hun kan enten kjøpe en sjokolade til 8 kroner eller en til 12 kroner. Men hun kan ikke kjøpe sjokoladen som koster 16 kroner. Hvor mange kroner har Cecilie?
- A) 11,50 B) 12,50 C) 13 D) 17 E) 21,50
2. Venninnene Kamilla og Tuva er invitert til et middagsselskap. Alle damene i selskapet hilser på hverandre ved å gi hverandre en klem. Også alle mennene gir hver av damene en klem, men mennene klemmer ikke hverandre. Det totale antall klemmer er 56. Hvor mange menn er til stede?
- A) 2 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

Løsninger

1. C. Siden hun kan kjøpe noe til 8 kroner, så må hun ha minst én femmer og minst 3 kroner i mindre valører. Dette utgjør til sammen minst 4 mynter. Siden hun også kan kjøpe noe til 12 kroner, må det være enten en femmer eller tier i tillegg. De fire første myntene må altså ha vært en femmer og tre kronestykker. Hvis den siste mynten var en tier, kunne hun ha kjøpt sjokoladen til 16 kroner ($10 + 5 + 1$). Altså er den siste mynten en femmer, og Cecilie har totalt $5 + 5 + 1 + 1 + 1 = 13$ kroner.



2. *B.* La x være antall damer, og la y være antall menn. Merk at x er minst lik to, siden Kamilla og Tuva er i selskapet. Det er $\frac{x(x-1)}{2}$ klemmer mellom damene. (Hver av de x damene gir en klem til $x - 1$ andre damer. Dette gir tilsynelatende $x(x - 1)$ klemmer, men siden det er to damer involvert i hver klem, må vi dele tallet på 2.) I tillegg klemmer hver av de y mennene hver av de x damene. Dette gir xy klemmer. Totalt har vi derfor $\frac{x(x-1)}{2} + xy$ klemmer, og dette skal være lik 56. Ganger vi alt med 2, får vi likningen $x(x - 1 + 2y) = 112 = 7 \cdot 2^4$. Dersom x er et partall, er $(x - 1 + 2y)$ et oddetall, og dermed er $x - 1 + 2y$ lik 1 eller 7. Men da skal samtidig x være 112 eller 16, og i begge tilfeller blir y negativ. Siden dette er umulig, må x være et oddetall. Og siden $x > 1$, må derfor $x = 7$. Da blir $x - 1 + 2y = 16$, og vi får at $y = 5$.

DAG 7

1. Anders og Markus skal spille tennis, og de har med seg noen tennisballer hver. Hvis Anders gir en tennisball til Markus, har Markus tre ganger så mange baller som Anders. Hvis Markus gir en ball til Anders, så har de like mange. Hvor mange baller har de til sammen med på tennisbanen?
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16
2. 64 gjennomsiktige terninger med sidelengde 1 cm er satt sammen til en terning med sidelengde 4 cm. Du får lov til å farge fire av terningene sorte, men slik at de fire terningene ligger på linje, enten loddrett, vannrett eller på skrå. På hvor mange måter kan du velge ut de fire terningene?
- A) 52 B) 64 C) 76 D) 88 E) 100

Løsninger

1. *B.* Anders har tre baller, og Markus har fem. Til sammen har de $3 + 5 = 8$ baller.
2. *C.* De vannrette eller loddrette linjene går fra en sideflate til den motsatte. Det finnes tre slike retninger, og for hver retning finnes det 16 mulige linjer av terninger. Dette gir $3 \cdot 16 = 48$ muligheter. De skrå linjene kan enten gå fra et hjørne til motstående hjørne, eller fra en sidekant til motstående sidekant. Det er 4 muligheter for det første tilfellet (terningen har 8 hjørner), mens det er ytterligere 24 muligheter for det andre tilfellet (det finnes 6 par av sidekanter, og fire linjer mellom kantene i hvert slikt par). I alt er det dermed $48 + 4 + 24 = 76$ måter å velge ut de fire terningene.