



## OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

### SETT 19

#### DAG 1

1. En mor har to barn. Minst ett av barna er gutt. Hva er sannsynligheten for at begge barna er gutter? (Vi antar at barna ikke er tvillinger, og at det er lik sannsynlighet for å føde en gutt som en jente.)

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

2. I eliteserien i fotball deltar 14 lag. I løpet av en sesong skal alle lagene møte hverandre to ganger. Hvor mange kamper blir det spilt totalt i løpet av en sesong?

A) 169      B) 182      C) 196      D) 256      E) 364

#### Løsninger:

1. *B.* Det eldste barnet kan være gutt eller jente, og tilsvarende for det yngste. I utgangspunktet er det altså 4 like sannsynlige muligheter: *GG*, *GJ*, *JG* og *JJ*, der for eksempel *GJ* betyr at det eldste barnet er gutt og det yngste jente. Betingelsen om at minst ett av barna er gutt gjør at vi står igjen med 3 tilfeller, *GG*, *GJ* og *JG*, som alle er like sannsynlige. Dermed er det  $\frac{1}{3}$  sjans for at begge er gutter.
2. *B.* Siden hvert lag skal møte hver av de 13 andre lagene to ganger, vil sesongen bestå av 26 runder. I hver runde spilles 7 kamper, så totalt vil det bli spilt  $26 \cdot 7 = 182$  kamper.

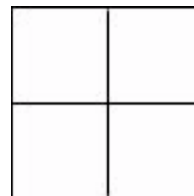
#### DAG 2

1. Når Per skal gå til skolen, må han først gå en tredjedel av veien i oppoverbakke. Deretter kommer en flat strekning som utgjør halve skoleveien. Til slutt er det en 100 meters bratt nedoverbakke. Hvor lang er skoleveien til Per?

A) 300 m      B) 450 m      C) 600m      D) 800m      E) 900m

2. Hvis vi plasserer et ensifret positivt tall i hver av rutene under, kan vi danne 4 tosifrede tall ved å lese sifrene vannrett og loddrett. Hvis summen av disse 4 tallene er 67, hvilket tall må da være plassert i nederste høyre hjørne?

A) 3      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8





**Løsninger:**

1. C. Oppoverbakken og det flate partiet utgjør til sammen  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$  av skoleveien. Den siste sjettedelen er på 100 meter, så skoleveien må totalt være på 600 meter.
2. D. Vi kaller sifrene for  $a, b, c$  og  $d$ , der  $a$  står over  $c$  i venstre del av firkanten, og  $b$  står over  $d$  i høyre del. Det er altså tallet  $d$  vi skal fram til. De 4 summene blir da  $10a + b, 10c + d, 10a + c$  og  $10b + d$ , og summen av disse er  $20a + 11(b + c) + 2d$ . Hvis dette skal bli lik 67 (et oddetall), må  $11b + c$  være et oddetall, og dermed må  $b + c$  være et oddetall.  $b + c = 1$  er umulig siden både  $b$  og  $c$  er positive.  $b + c \geq 5$  er også umulig siden vi da får  $20a + 11(b + c) + 2d \geq 20 + 11 \cdot 5 + 2 > 67$ . Altså er  $b + c = 3$ . Vi står igjen med  $20a + 2d = 67 - 3 \cdot 11 = 34$ , og vi finner at  $a = 1$  og  $d = 7$  er eneste mulighet.

**DAG 3**

1. Jordas diameter er ca. 12750 km ved ekvator. Tenk deg at vi har en globus med diameter 1,275 meter. Hvis en avstand mellom to steder er 20 km i virkeligheten, hvor langt vil disse stedene være fra hverandre på globusen?  
A) 0,2 mm    B) 0,5 mm    C) 2 mm    D) 5 mm    E) 2 cm
2. Anniken, Camilla og Marit plukket jordbær. De solgte dem for 10 kroner per kg. Marit plukket dobbelt så mye som Camilla, men 8 kg mindre enn Anniken. I alt plukket de 103 kg. Hvor mye tjente Marit?  
A) 340 kr    B) 380 kr    C) 420 kr    D) 460 kr    E) 500 kr

**Løsninger:**

1. C. Målestokken til globusen er 1:10 millioner. Siden  $20 \text{ km} = 20\,000 \text{ m} = 20 \text{ millioner mm}$ , ser vi at 20 km i virkeligheten svarer til 2 mm på globusen.
2. B. Hvis Camilla plukket  $x$  kg, så plukket Marit  $2x$  kg og Anniken  $2x + 8$  kg. Dette gir likningen  $x + 2x + (2x + 8) = 103$  som gir  $5x = 95$ , og dermed  $x = 19$ . Marit plukket altså  $2 \cdot 19 = 38$  kg, og tjente dermed 380 kroner.



#### DAG 4

1. En bilforretning solgte to biler, begge for 48000 kroner. Den ene bilen ble solgt med 20% fortjeneste, mens den andre ble solgt med 20% tap. Hvor stor ble forretningens fortjeneste totalt sett?  
A) -4%      B) -2%      C) 0%      D) 2%      E) 4%
2. Et lokomotiv har en topphastighet på 120 km/t. Hvis det er koblet til vogner, så blir topphastigheten redusert med en størrelse som er proporsjonal med kvadratroten av antall vogner. Med fire vogner er topphastigheten 90 km/t. Hva er det største antall vogner som lokomotivet kan trekke?  
A) 16      B) 24      C) 63      D) 120      E) 255

#### Løsninger:

1. *A.* Bilene må ha blitt kjøpt for henholdsvis 40000 kroner og 60000 kroner. Til sammen hadde forretningen altså betalt 100000 kroner for bilene, men fikk solgt dem for 96000 kroner. Tapet er dermed 4000 kr, og det tilsvarer 4% av det bilene kostet.
2. *C.* Med  $k$  vogner så skal topphastigheten bli redusert med  $c\sqrt{k}$  der  $c$  er proporsjonalitetskonstanten. Siden topphastigheten blir redusert med 30 km/t når vi har 4 vogner, får vi at  $2c = 30$ , altså  $c = 15$ . Det minste antall vogner  $k$  som gjør at topphastigheten blir 0 km/h, er da gitt ved  $15\sqrt{k} = 120$ , som gir  $\sqrt{k} = 8$ , og dermed  $k = 64$ . Lokomotivet klarer altså ikke å trekke på 64 vogner, mens 63 vogner vil lokomotivet kunne flytte på.

#### DAG 5

1. Øyvind er på en flyplass i Europa, og skal kjøpe en flaske vin for 9 euro. Han betaler med en norsk hundrelapp, men får vekslpengen i euro. Hvor mye får han tilbake? Vi antar at kursen på 1 euro er 8 kroner.  
A) 1 euro      B) 2,10 euro      C) 2,75 euro      D) 3 euro      E) 3,50 euro
2. En kjøpmann har seks tønner i størrelsene 15, 16, 18, 19, 20 og 31 liter. Fem av tønnene er fylt med vin, og en er fylt med øl. En mann og en dame kommer inn i butikken. Mannen kjøper to tønner vin. Damen kjøper også vin, men dobbelt så mye som mannen. Hvor stor er tønne med øl?



**Løsninger:**

1. *E.* 100 kroner tilsvarer  $\frac{100}{8} = 12,50$  euro. Han skal dermed ha tilbake  $12,50 - 9 = 3,50$  euro.
2. Øltønnen er på 20 liter. Mannen kjøpte tønnene med 15 og 18 liter, til sammen 33 liter, mens damen kjøpte tønnene med 16, 19 og 31 liter, til sammen 66 liter. For å se at dette er den eneste løsningen, kan man anta at mannen kjøpte  $x$  liter, og damen  $2x$  liter. Siden mannen kjøpte to tønner (dvs. minst 31 liter), må damen ha kjøpt 3 tønner. Antall liter i den siste tønne blir  $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 - 3x = 119 - 3x$ . Dette tallet gir 2 til rest hvis vi deler på 3, og bare tallet 20 av de seks mulighetene stemmer med dette.

**DAG 6**

1. I en butikk koster to melk og ett brød 28 kroner, mens fire melk og tre brød koster 67 kroner. Hva koster et brød?  
A) 10 kr      B) 11 kr      C) 12 kr      D) 13 kr      E) 14 kr
2. Klara planlegger en ferietur til det fjerne Østen. Fra reiseruten kan man lese følgende: Avreise Norge kl.10.00, Ankomst Østen kl.09.00 neste dag. Og for hjemturen ser det slik ut: Avreise Østen kl. 09.30, Ankomst Norge kl. 20.30 samme dag. Hvis vi antar at hun reiser til og fra samme sted i Østen, og at reisen tar like lang tid hver vei, hvor mye må Klara stille klokken på reisen til feriestedet?  
A) 8 timer tilbake    B) 6 timer tilbake    C) 4 timer fram    D) 6 timer fram    E) 9 timer fram

**Løsninger:**

1. *B.* Hvis vi ser på differensen mellom de oppgitte prisene, ser vi at to melk og to brød koster 39 kroner. Siden to melk og ett brød koster 28 kroner, må ett brød altså koste  $39 - 28 = 11$  kroner.
2. *D.* La  $x$  være antall timer som reisen tar en vei, og la  $y$  være tidsforskjellen (målt i antall timer som feriestedet ligger foran Norge). Med avreise kl.10, vil Klara komme fram kl.  $10 + x$  norsk tid, dvs. kl.  $10 + x + y$  lokal tid. Dette viser at  $x + y = 23$ , ettersom lokal tid ved ankomst er 9 neste morgen. Tilsvarende regning for returreisen gir at  $x - y = 11$ . Trekker vi disse likningene fra hverandre, får vi  $2y = 12$  som gir at  $y = 6$ . Klokken må altså stilles 6 timer fram.



## DAG 7

1. Pål er seks ganger så gammel som Heidi. Om tre år er han bare tre ganger så gammel. Hvor gammel er Pål nå?
2. En vanlig terning, der sidene er markert fra 1 til 6, kastes helt til summen er mer enn 12. Hva er den mest sannsynlige summen?  
A) 13      B) 14      C) 15      D) 16      E) 17

### Løsninger:

1. Pål er 12 år, og Heidi er 2 år. For å komme fram til dette kan vi anta at Heidi er  $x$  år. Da må Pål være  $6x$  år, og siden Pål er tre ganger så gammel som Heidi om tre år, må vi ha at  $6x + 3 = 3(x + 3)$ . Denne likningen gir  $6x + 3 = 3x + 9$ , og dermed  $3x = 6$  og  $x = 2$ . Heidi er altså 2 år, og Pål er  $6 \cdot 2 = 12$  år.
2. A. For enhver sekvens av kast som ender opp med 14, for eksempel hvis terningen har vist først  $a$ , så  $b$  og så  $c$  slik at  $a + b + c = 14$ , så vil sekvensen  $a, b, c - 1$  være like sannsynlig og gi 13 som sum. Tilsvarende kan vi se at for enhver måte å få 15 eller mer i sum, så finnes det en like sannsynlig måte å få 13 i sum. Tallet 13 er altså ikke noe mindre sannsynlig enn noen av de andre mulighetene. Men i tillegg kan 13 oppnås ved at man først kommer til 7 og så kaster en sekser. Dermed er 13 den mest sannsynlige summen.