



OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 24

DAG 1

1. Bjørn og Marie giftet seg for 18 år siden. Da var Bjørn tre ganger så gammel som Marie. I dag er Bjørn dobbelt så gammel som Marie. Hvor stor er aldersforskjellen mellom Bjørn og Marie?
A) 9 år B) 18 år C) 27 år D) 36 år E) 54 år
2. En uærlig tjener fjerner 5 liter vin fra en tønne, og erstatter med 5 liter vann. Litt senere gjentar han tyveriet. Etter dette har vinen i tønne bare halvparten av den opprinnelige styrken. Omtrent hvor mye vin var det opprinnelig i tønne?
A) 12 liter B) 14 liter C) 15 liter D) 17 liter E) 20 liter

Løsninger:

1. D. Anta at Marie var x år da de giftet seg. Da må Bjørn ha vært $3x$ år. Nå er de henholdsvis $x + 18$ og $3x + 18$ år. Siden Bjørn er dobbelt så gammel som Marie får vi likningen $3x + 18 = 2(x + 18)$ som gir $x = 18$. Altså var Marie 18 år og Bjørn 54 år da de giftet seg, og aldersforskjellen er 36 år.
2. D. Anta at det var x liter vin opprinnelig. Etter det første tyveriet består blandingen av $x - 5$ liter vin og 5 liter vann. Dvs. andelen vin er $\frac{x-5}{x}$. Når tjeneren så fjerner 5 liter av denne blandingen, fjerner han $\frac{5(x-5)}{x}$ liter av den opprinnelige vinen. Til sammen er det nå igjen $x - 5 - \frac{5(x-5)}{x}$ liter av den opprinnelige vinen. Siden dette skal være lik $\frac{x}{2}$, får vi likningen $x - 5 - \frac{5(x-5)}{x} = \frac{x}{2}$. Ordner vi på dette, får vi annengradslikningen $x^2 - 20x + 50 = 0$, som har $x = 10 \pm \sqrt{50}$ som løsning. Bare $10 + \sqrt{50} \approx 17$ er mulig, ettersom $10 - \sqrt{50}$ er mindre enn 5. Det var altså omtrent 17 liter vin i tønne.



DAG 2

1. Hvilket av følgende er galt?

- A) $3 > 2$ B) $-3 < -2$ C) $2 > -3$ D) $-2 < -3$ E) $5 \neq 4$

2. Rolf tar ut minst 5 fyrstikker fra en fyrstikkeske, og Berit tar 3 ganger så mange. Rolf gir så 5 fyrstikker til Berit, og Berit gir tilbake tre ganger så mange fyrstikker som Rolf nå har. Hvor mange fyrstikker har Berit etter dette?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) Det er umulig å avgjøre

Løsninger:

1. D. -2 er større enn -3 .

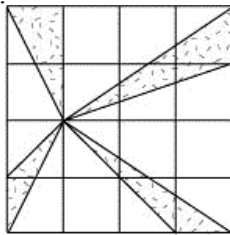
2. C. Hvis Rolf startet med å ta x fyrstikker, så må Berit ha tatt $3x$ fyrstikker. Deretter gir Rolf 5 fyrstikker til Berit, og Berit gir $3(x - 5)$ fyrstikker til Rolf. Etter dette sitter Berit igjen med $3x + 5 - 3(x - 5) = 3x + 5 - 3x + 15 = 20$ fyrstikker.

DAG 3

1. I en spesialklasse for spesielt begavede elever var det et år 33 elever. Av disse var 18 medlem av en matematikklubb, og 17 var medlem av en fysikklubb. Bare 4 av elevene var ikke med i noen klubb. Hvor mange var med i både matematikk- og fysikklubben?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 13

2. Hvis de små rutene på figuren har areal 1, hva er da arealet av det skraverte området?



- A) 3,5 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 5,5



Løsninger:

1. B. Av de 33 elevene var det $33 - 18 = 15$ som ikke var med i matematikklubben. Av disse 15 var det 4 klubbbløse. De resterende 11 må ha vært med i fysikkklubben. Siden fysikkklubben har 6 medlemmer til, må disse 6 være medlemmer av begge klubber.
2. B. Sidelengden i en liten firkant er 1. Alle de 4 skraverte trekantene har en slik sidekant. Med denne som grunnlinje har trekantene høyder henholdsvis 1, 2, 2 og 3. Summen av arealene blir dermed $\frac{1 \cdot (1+2+2+3)}{2} = 4$.

DAG 4

1. Mona og Solveig var i en sportsbutikk, og begge kjøpte samme type joggesko. Prisen på skoene utgjorde 6% av en månedslønn for Mona, men bare 5% av en månedslønn for Solveig. Hvis Mona tjener 16000 kroner i måneden, hva tjener da Solveig?
A) 12800 kr B) 13333 kr C) 18666 kr D) 19200 kr E) 20000 kr
2. Hva er mest sannsynlig: Å få minst halvparten mynt når du kaster kron/mynt med 4 mynter, eller når du kaster med 6 mynter?

Løsninger:

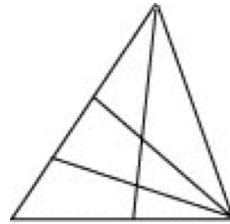
1. D. Skoene kostet 6% av 16000 er lik 960 kroner. Hvis Solveigs månedslønn er x kroner, så har vi da at $\frac{5}{100}x = 960$. Dette gir $x = 960 \cdot 20 = 19200$.
2. Hvis du kaster 4 mynter er det totalt $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ mulige utfall. Av disse er det 1 mulighet med alle kron og 4 muligheter med 3 kron og 1 mynt (KKKM, KMKK, KMKK, MKKK). Til sammen er det 5 muligheter med høyst én mynt, og dermed $11/16$ sjanse for å få minst to mynt. Tilsvarende beregninger for tilfellet med 6 mynter gir: Det er $2^6 = 64$ mulige utfall, og av disse er det 1 med alle kron, 6 med én mynt og 15 med to mynt. Dette gir 22 muligheter for høyst to mynt, og dermed $\frac{42}{64}$ sjanse for å få minst 3 mynt. Siden $\frac{11}{16} = \frac{44}{64} > \frac{42}{64}$, er det størst sannsynlighet for å få minst halvparten mynt når vi kaster med 4 mynter.



DAG 5

1. Hvor mange trekanter er det i denne figuren?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16



2. Hvor mange trekanter fins det med heltallige sidelengder og omkrets 13? (Vi regner to trekanter for like dersom de har de samme tre sidelengdene.)

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 15

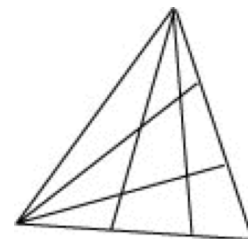
Løsninger:

1. D. Av figurens 6 områder er 4 formet som en trekant. Det er 6 trekanter som består av 2 områder, 2 trekanter som består av 3 områder, 2 trekanter som består av 4 områder, og hele figuren selv er en trekant. Til sammen blir det $4 + 6 + 2 + 2 + 1 = 15$ trekanter.
2. A. Enhver side i en trekant vil være mindre enn summen av de to andre. Siden summen av alle tre sidene skal være 13, kan dermed ingen av sidene være mer enn 6. Lister vi opp mulighetene for å skrive 13 som en sum av tre heltall fra 1 til 6 får vi: $6 + 6 + 1$, $6 + 5 + 2$, $6 + 4 + 3$, $5 + 5 + 3$, $5 + 4 + 4$, altså 5 muligheter.

DAG 6

1. På trekanten på figuren er det trukket to linjer ut fra to av hjørnene. Vi ser at trekanten blir delt inn i 9 mindre områder. Hvor mange områder vil trekanten bli inndelt i dersom vi hadde trukket fire linjer fra hvert av de to hjørnene?

- A) 16 B) 21 C) 25 D) 27 E) 36



2. En dag satt Margrethe og Knut på gata og solgte epler. Margrethe hadde 20 epler og Knut hadde 16. Før kl.12 solgte de epler for 2 kroner stykket, og etter kl.12 for 3 kroner stykket. Alle eplene ble solgt. Halvparten av eplene ble solgt før kl.12 og resten etter. Margrethe og Knut tjente akkurat like mye på salgene. Hvor mange epler solgte Margrethe før kl.12?

- A) 8 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15



Løsninger:

1. C. Når vi trekker fire linjer fra ett av hjørnene, deler vi trekanten i fem mindre trekanter. Når vi så trekker de fire linjene fra det andre hjørnet, vil hver av disse små trekantene bli delt opp i fem biter. Totalt får vi dermed $5 \cdot 5 = 25$ områder.
2. E. Margrethe og Knut hadde til sammen 36 epler. De solgte 18 epler for 2 kroner stykket og 18 epler for 3 kroner stykket. Det totale salget var dermed på 90 kroner. Margrethe solgte for halvparten av dette, altså for 45 kroner. Hvis alle de 20 eplene til Margrethe ble solgt for 2 kroner stykket, ville hun bare fått 40 kroner. Altså må 5 av eplene ha blitt solgt for 3 kroner stykket. De resterende 15 eplene må hun dermed ha solgt for 2 kroner stykket.

DAG 7

1. Martin var ute og kjørte bil og oppdaget at kilometertelleren viste 72522 kilometer. Han ble litt forundret over at tre av sifrene var like. Hvor langt måtte Martin kjøre videre for å kunne se fire like sifre på kilometertelleren?
A) 55 km B) 255 km C) 811 km D) 1755 km E) 3033 km
2. Sideflatene til en rektangulær boks har arealer 10, 12 og 25. Hva er volumet av boksen?
A) 30 B) 50 C) 60 D) 75 E) $10\sqrt{30}$

Løsninger:

1. B. Neste gang det blir fire like sifre er når kilometertelleren står på 72777. For å kunne se dette, må Martin kjøre $72777 - 72522 = 255$ kilometer videre.
2. E. La x , y og z være lengdene av de tre kantene som går ut fra et av hjørnene. Da kan vi anta at $xy = 10$, $xz = 12$ og $yz = 25$. Multipliserer vi disse tre likhetene sammen, får vi $(xyz)^2 = 10 \cdot 12 \cdot 25 = 3000$. Boksens volum, xyz , blir dermed $\sqrt{3000} = 10\sqrt{30}$.